

Trabajo Fin de Grado

Grado en Ingeniería de Tecnologías Industriales

Modelado y control de un hexarotor de hélices no coplanarias

Autor: Antonio González Morgado

Tutor: Guillermo Heredia Benot

Aníbal Ollero Baturone

Dep. Ingeniería de Sistemas y Automática
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2018



Trabajo Fin de Grado
Grado en Ingeniería de Tecnologías Industriales

Modelado y control de un hexarotor de hélices no coplanarias

Autor:

Antonio González Morgado

Tutor:

Guillermo Heredia Benot

Profesor titular

Aníbal Ollero Baturone

Catedrático

Dep. de Ingeniería de Sistemas y Automática

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2018

Trabajo Fin de Grado: Modelado y control de un hexarotor de hélices no coplanarias

Autor: Antonio González Morgado

Tutor: Guillermo Heredia Benot
Aníbal Ollero Baturone

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2018

El Secretario del Tribunal

A mis padres y a mi hermano

A Julia

Agradecimientos

Me gustaría agradecer a Guillermo Heredia Benot y a Aníbal Ollero Baturone la oportunidad de realizar este proyecto, así como la atención y ayuda prestada a lo largo de todo el año para que el mismo haya sido posible.

Quiero también agradecer a Antonio Enrique Jiménez Cano, por su ayuda y consejos desde la experiencia durante la fase final del proyecto.

Finalmente, mi agradecimiento a los demás compañeros del Grupo de Robótica, Visión y Control, los cuales han estado presentes durante el día a día.

Muchas gracias.

Antonio González Morgado

Estudiante de Grado en Ingeniería de Tecnologías Industriales

Sevilla, 2018

Resumen

El objetivo principal de este trabajo fin de grado es el estudio de la configuración de rotores inclinados en un hexarotor, así como su comparación con la configuración convencional de rotores coplanarios.

Para llevar a cabo este estudio, se comienza con la obtención del modelo del sistema, el cual es necesario para realizar simulaciones. En este punto se comienza a observar las primeras diferencias con la configuración de rotores coplanarios.

Obtenido el modelo del sistema, se llevan a cabo diferentes simulaciones, en las que se prueban diferentes controladores y se comparan entre sí las respuestas obtenidas. Así mismo, se compara la respuesta del hexarotor con rotores coplanarios.

A continuación, se realiza un breve estudio del efecto suelo, así como los diferentes modelos que se puede usar para tenerlo en cuenta. Elegido un modelo del efecto suelo, se realizan simulaciones teniendo en cuenta el efecto suelo.

En la última parte del proyecto, se lleva a cabo el diseño y montaje del hexarotor de hélices coplanarias. Para ello, se eligen los componentes y se lleva a cabo el diseño de las piezas necesarias para rotar los rotores.

Abstract

The main objective of this End-of-Degree Project is the study of a hexarotor UAV with tilted propellers, as well as its comparison with its standard configuration.

To carry out the study, we start obtaining the system model, which is necessary to simulate the system. At this point, we can observe the first differences with the standard configuration.

Once we have obtained the model of the system, we perform different simulations, in which different controllers are tested and the obtained responses are compared. Moreover, we compare the response of the standard configuration with the tilted propellers configuration.

Then, we carry out a brief study of ground effect and the different models we can use to consider it. Once we have chosen a ground effect model, we perform simulations where we consider the ground effect.

Finally, we design and assemble the hexarotor UAV with tilted propellers. To do this, we choose the components and we design the necessary piece for tilting the rotors.

Índice

Agradecimientos	ix
Resumen	xi
Abstract	xiii
Índice	xv
1 Introducción	1
1.1 Descripción del hexarotor	3
1.2 Objetivos	5
1.3 Estructura del documento	6
2 Modelo del hexarotor	7
2.1 Sistema de referencia	7
2.2 Generación de fuerzas y momentos	10
2.3 Ecuaciones de movimiento mediante Newton-Euler	18
2.3.1 Dinámica de translación	18
2.3.2 Dinámica de rotación	19
2.3.3 Resumen de ecuaciones de movimiento	20
2.4 Ecuaciones de movimiento mediante Lagrange-Euler	20
2.4.1 Dinámica de translación	22
2.4.2 Dinámica de rotación	23
2.5 Particularización para un hexarotor de hélices coplanarias.	25
2.5.1 Generación de fuerzas y momentos.	25
2.5.2 Ecuaciones de movimiento	26
2.6 Resumen del modelo.	27
3 Control	29
3.1 Control PID.	30
3.2 Control PID en cascada.	36
3.3 Control geométrico	42
3.4 Control geométrico corrector	49
3.4.1 Comparación control geométrico y control geométrico corrector	54
3.4.2 Comparación hexarotor de hélices inclinadas con uno de hélices coplanarias	57
3.5 Comportamiento ante perturbaciones.	62
3.5.1 Perturbación con señal 1.	64
3.5.2 Perturbación con señal 2.	66
4 Efectos aerodinámicos	69
4.1 Descripción	69
4.2 Modelo del efecto suelo	70
4.2.1 Modelo de Cheeseman and Bennett	70
4.2.2 Efecto suelo en un quadrotor mediante el método de las imágenes.	72
4.2.3 Efecto suelo en un quadrotor ajustando los resultados del método de las imágenes.	73
4.3 Simulaciones con efecto suelo.	74
4.3.1 Situación A	77

4.3.2	Situación B	80
4.4	<i>Estimador de efecto suelo</i>	83
4.4.1	Errores en X	84
4.4.2	Errores en Y	89
4.4.3	Errores en Z	93
4.5	<i>Efecto suelo en un hexarotor de hélices coplanarias y uno de hélices inclinadas</i>	101
4.5.1	Situación A	102
4.5.2	Situación B	104
5	Diseño y montaje del hexarotor	107
5.1	<i>Lista de componentes</i>	107
5.2	<i>Elección del frame, motores, batería, hélices y variadores</i>	108
5.2.1	Estimación del peso de las baterías, frame, variadores, motores y hélices.	109
5.2.2	Elección de los motores.	109
5.2.3	Elección de hélices, variadores, batería y frame.	110
5.2.4	Cálculo del peso de batería, variadores y frame seleccionados.	111
5.3	<i>Montaje del hexarotor</i>	111
5.4	<i>Inclinación de las hélices en el frame</i>	113
5.4.1	Giro alrededor del eje X	113
5.4.2	Giro alrededor del eje Y	114
5.5	<i>Programación de la Raspberry Pi</i>	117
6	Conclusiones y líneas futuras de Investigación	121
	Anexo I: Características de los componentes	123
	Anexo II: Vistas de las piezas	131
	Referencias	137

1 INTRODUCCIÓN

En los últimos años, los multirrotores han aumentado su importancia en la aviación no tripulada. Se han usado para diferentes aplicaciones como pueden ser fotografía y cinematografía aérea, protección del medio ambiente, seguridad, protección civil, ...

Además, las tareas de manipulación e interacción con el entorno de los diferentes robots aéreos se han visto en crecimiento, como puede ser inspección de puentes, tuberías o cooperación de múltiples vehículos con un objetivo común.

Los multirrotores son vehículos aéreos con más de dos rotores. Hay diferentes configuraciones de multirrotores: quadrotor (cuatro hélices), hexarotor (seis rotores), octorotor (ocho rotores), ... La principal diferencia de un multirrotor con un helicóptero convencional es que se usan palas de paso fijo (el ángulo del rotor no varía cuando las palas giran), a diferencia de los helicópteros convencionales, en los que la variación del paso de las palas provoca el movimiento horizontal.



Figura 1-1. Quadrotor [1].

Las principales ventajas y desventajas de los multirrotores frente a un helicóptero convencional son:

Ventajas:

- Construcción mucho más fácil, al no necesitar un plato oscilante para variar el paso de las palas (menor complejidad mecánica).
- Mayor capacidad de carga que un helicóptero que llevase uno de sus motores, al llevar el multirrotor más de uno, generando mayor empuje.
- Los motores son generalmente eléctricos en lugar de motores de combustión, por lo que son más interesantes en espacios cerrados que los helicópteros, al no contaminar con productos de la combustión.

Desventaja:

- Mayor consumo, al necesitar más rotores.
- Control más complejo, al estar acoplado el sistema.
- Mayor peso debido a que llevan más rotores y componentes necesarios para cada rotor, y mayor consumo de energía, al llevar más rotores.

Cada rotor del multirrotor genera un empuje perpendicular a su plano de giro. En los multirrotores convencionales todas las hélices son coplanarias, por lo que el empuje total es perpendicular a dicho plano (Figura 1-2).

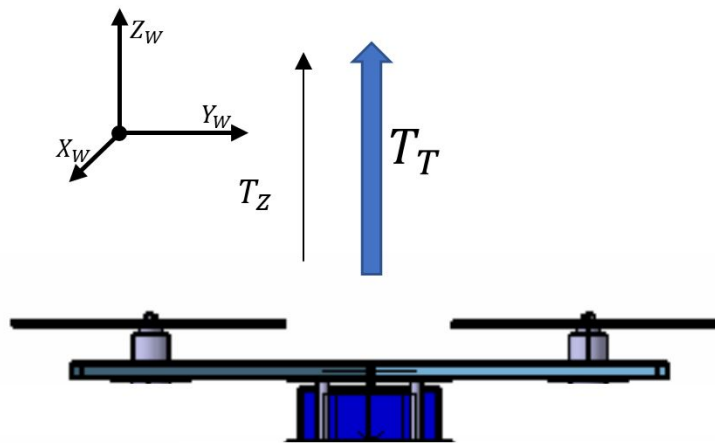


Figura 1-2. Empuje en un quadrotor [2].

Para poder realizar un movimiento horizontal, los multirrotores deben inclinarse para que el empuje tenga una componente en la horizontal, provocando así el movimiento en dicha dirección (Figura 1-3).

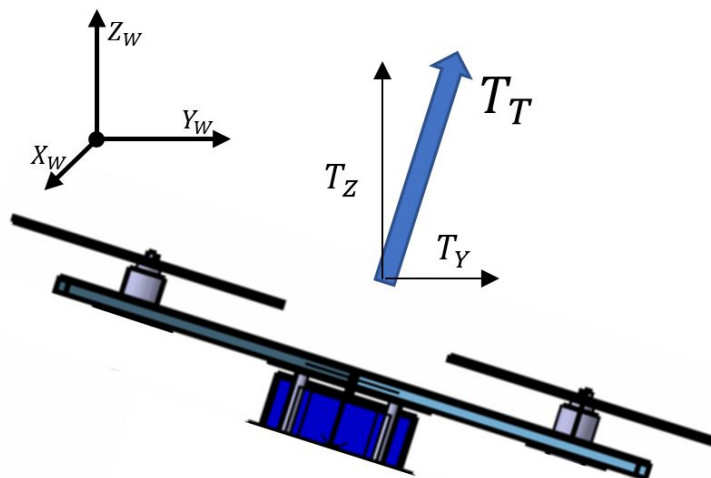


Figura 1-3. Movimiento horizontal en un quadrotor [2].

Por lo tanto, para generar fuerzas en el plano horizontal absoluto (en el sistema de referencia ligado a tierra) en

un multirrotor es necesario inclinar el multirrotor. Para ello, se reduce la velocidad de los rotores de un lado y se aumenta la velocidad del lado contrario, provocando esto un par que hace inclinarse al vehículo, generando el movimiento deseado.

Cuando se pretende que haya interacción física, el hecho de no poder generar fuerzas laterales es un gran problema de estabilización y de capacidad de interacción. Ante esto, se han desarrollado diferentes configuraciones de multirrotores para poder generar fuerzas en el plano horizontal sin tener que inclinar el vehículo aéreo. En el siguiente apartado se verán diferentes configuraciones.

1.1 Descripción del hexarotor

Hay diferentes configuraciones de multirrotores para generar fuerzas laterales. En [3], se utilizan ocho rotores, cuatro coplanarios a la estructura y otros cuatro al final de los brazos de la estructura, pudiendo generar así fuerzas laterales (Figura 1-4).

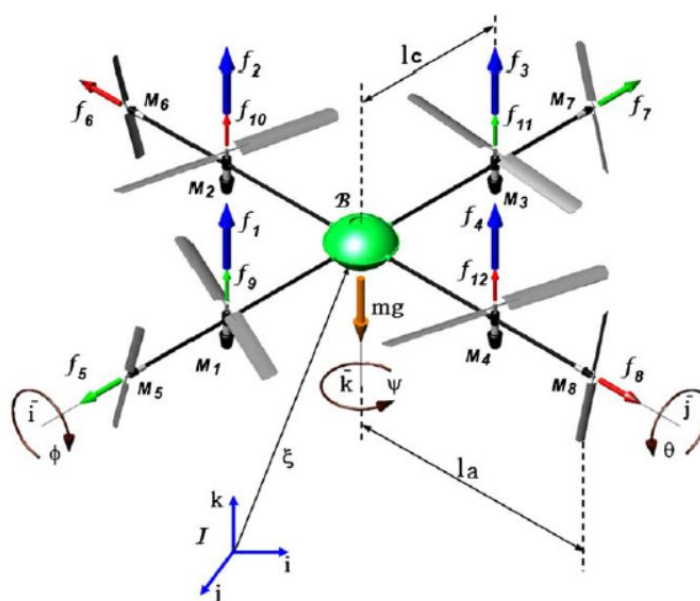


Figura 1-4. Estructura de un octorotor [3].

Sin embargo, esta configuración presenta el problema de que se necesitan ocho rotores y, además, los flujos de aire de un rotor coplanario y otro lateral interactúan entre sí.

En [4], se desarrolla un quadrotor en el que cada hélice puede girar gracias a un servomotor, teniendo así ocho actuadores: cuatro rotores y cuatro servomotores (Figura 1-5).



Figura 1-5. Prototipo de quadrotor con hélices inclinables [4].

Como ocurría en la configuración con ocho rotores, este quadrotor también necesita ocho actuadores, por lo que

el control es complejo. En [5], se desarrolla un hexarotor en el que todas las hélices son inclinadas el mismo ángulo α , gracias a un único servomotor (Figura 1-6), teniendo así siete actuadores (seis rotores y un servomotor).

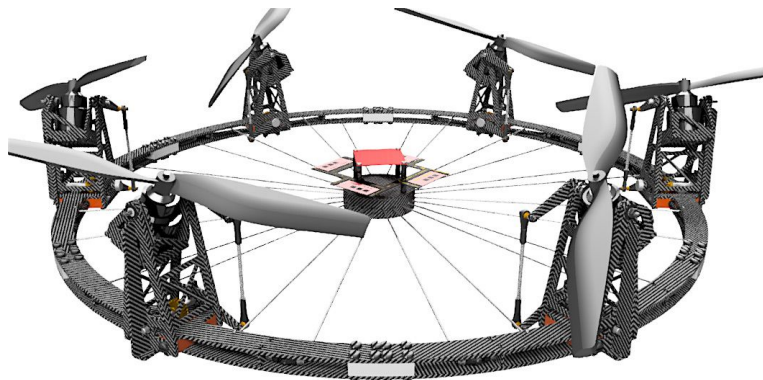


Figura 1-6. Prototipo de FAST-Hex [5].

En esta configuración, se puede pasar de una configuración de hélices coplanarias a una configuración de hélices no coplanarias con un único actuador. Gracias a esto, se puede usar la configuración de hélices coplanarias para movimientos lentos que no necesiten grandes aceleraciones laterales o para estar en hover, y la configuración de hélices no coplanarias cuando se necesiten grandes aceleraciones laterales.

En [6], se desarrolla un hexarotor con las hélices inclinadas unos ángulos α y β (Figura 1-7). Esta configuración tiene la ventaja de que no es necesario el servomotor usado en el FAST-Hex. Sin embargo, se pierde la posibilidad de cambiar la inclinación en tiempo de vuelo. En este trabajo se desarrollará un hexarotor con esta configuración.

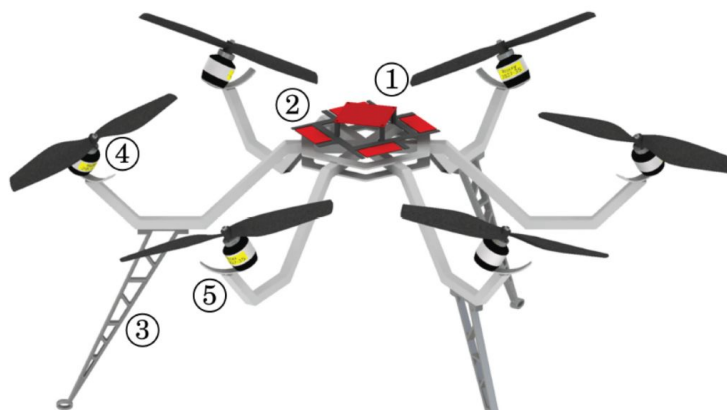


Figura 1-7. Hexarotor con hélices inclinadas [6].

Hay que añadir que, aunque estas configuraciones puedan generar fuerzas laterales, no todo vector de fuerza es generable. Cada configuración tiene un espacio en el que puede generar fuerzas, y fuera de dicho espacio, los vectores de fuerzas no son generables (Figura 1-8).

Para el caso de un quadrotor convencional, las fuerzas únicamente se pueden generar paralelas al eje Z. En el caso de un hexarotor con hélices inclinadas, el espacio en el que se pueden generar las fuerzas es similar a un cono. Para el caso de un octorotor, el espacio tiene la forma de un cilindro.

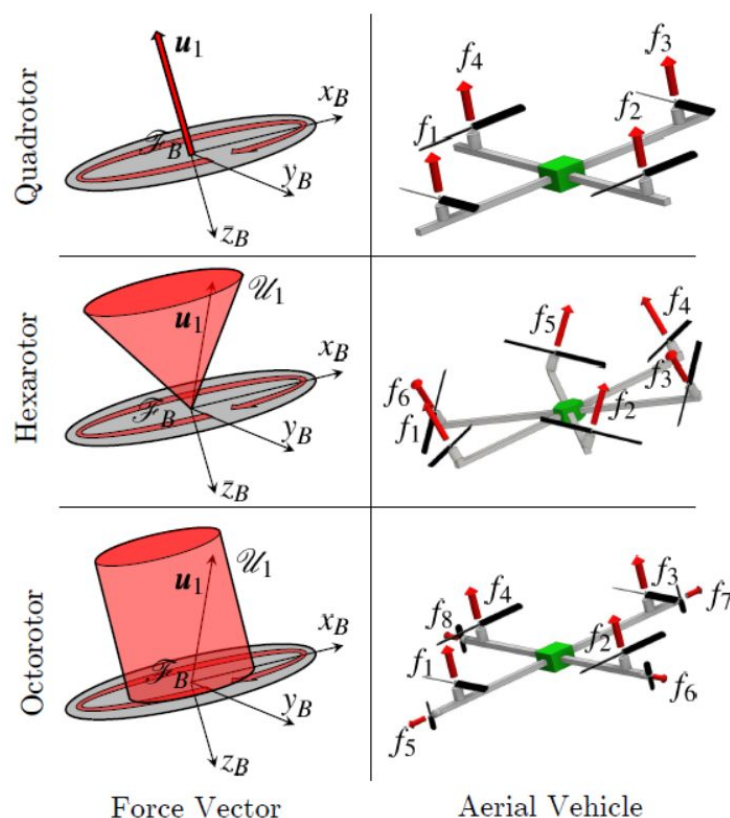


Figura 1-8. Fuerzas generables en función del tipo de configuración [7].

Finalmente, la apertura del cono del hexarotor depende del ángulo que estén inclinadas las hélices. En la Figura 1-9 se puede ver el límite del pseudo-cono para diferentes valores de α para el caso del FAST-Hex.

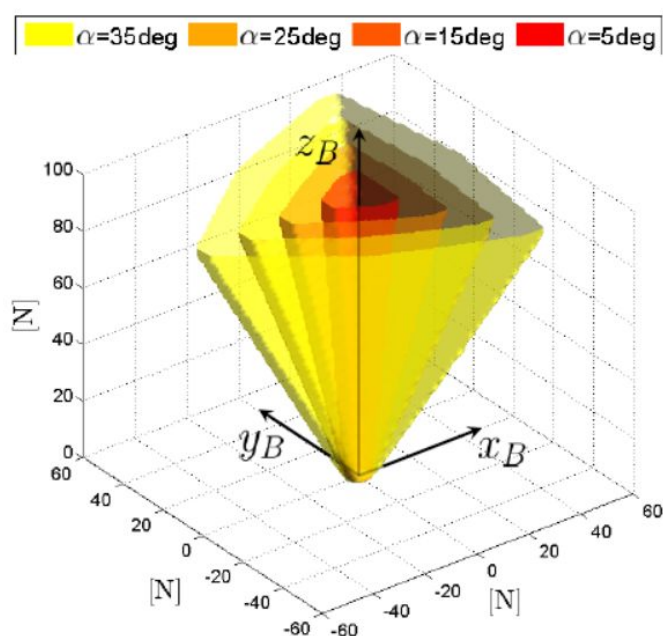


Figura 1-9. Espacio de fuerzas generables para diferentes α [5].

1.2 Objetivos

Este trabajo fin de grado se engloba dentro del proyecto europeo AEROARMS, el cual se está llevando a cabo en el Grupo de Robótica Visión y Control (GRVC) de la Universidad de Sevilla. El objetivo principal del

proyecto AEROARMS es el desarrollo de sistemas robóticos aéreos con capacidad de inspección y mantenimiento por contacto en plantas industriales, posibilitando así la reducción de costes y riesgo para los humanos de dichas actividades [8].

El objetivo de este trabajo fin de grado es el estudio de la configuración de rotores inclinados en un multirrotor. Para ello, se obtendrá el modelo del sistema, y se comparará con el modelo de un multirrotor de hélices coplanarias. Además, se probarán diferentes formas de control y se realizarán diversas simulaciones.

Una vez que se haya ajustado bien el controlador, se realizará un estudio de los efectos aerodinámicos, concretamente el efecto suelo. Para ello se realizarán diferentes simulaciones, y se compararán los resultados de hélices inclinadas con los resultados de hélices coplanarias.

Finalmente, se llevará a cabo el montaje del sistema completo para poder realizar experimentos.

1.3 Estructura del documento

El documento se estructura en capítulos, en los cuales se van desarrollando diferentes puntos del trabajo.

- En el **capítulo 1**, se realiza una introducción a los multirrotores y sus diferentes configuraciones. Además, se definen los objetivos iniciales del trabajo, así como la estructura del mismo.
- En el **capítulo 2**, se desarrolla el modelo del hexarotor bajo estudio. En primer lugar, se definen los ejes de referencias a usar. Después, se obtiene la matriz que relaciona velocidades de los rotores con las fuerzas y pares de actuación. A continuación, se obtienen las ecuaciones de movimiento del hexarotor mediante la formulación de Newton-Euler y mediante la formulación de Lagrange-Euler. Finalmente, se particularizan las expresiones obtenidas para el caso de un hexarotor convencional.
- En el **capítulo 3**, se realizan diferentes simulaciones en MATLAB-Simulink, donde se prueban diferentes formas de control y se comparan entre sí. Además, se realizan diferentes simulaciones para comparar un hexarotor de hélices coplanarias con un hexarotor de hélices inclinadas.
- En el **capítulo 4**, se lleva a cabo el estudio de efectos aerodinámicos en el hexarotor, concretamente del efecto suelo. En primer lugar, se presentan diferentes modelos para modelar el efecto suelo y se elige uno de ellos. A continuación, se realizan simulaciones de movimientos del hexarotor con efecto suelo y sin él. Después, se realiza un estimador de efecto suelo para intentar corregirlo, y se ve el efecto de tener errores de estimación. Finalmente, se compara la respuesta de un hexarotor de hélices coplanarias y de un hexarotor de hélices inclinadas ante el efecto suelo.
- En el **capítulo 5**, se realiza la elección de componentes y el montaje de la estructura.

2 MODELO DEL HEXAROTOR

En este capítulo se desarrolla el modelo del hexarotor, necesario para poder realizar simulaciones en MATLAB-Simulink. Una vez que se tenga el modelo, se podrá desarrollar el modelo en MATLAB-Simulink para probar diferentes controladores y realizar diferentes ensayos.

Este capítulo se divide en tres partes. En primer lugar, se fijará el sistema de referencia. A continuación, se obtendrá la relación entre las velocidades de giro de los rotores y las fuerzas y momentos aplicados en el hexarotor, que se usarán para controlarlo. Finalmente, se obtendrán las ecuaciones de movimiento a través de la formulación matemática de Newton-Euler y de Lagrange-Euler. Además, se particularizarán las expresiones obtenidas para el caso de un hexarotor de hélices coplanarias.

2.1 Sistema de referencia

Antes de obtener el modelo dinámico de nuestro sistema, debemos fijar un sistema de referencia inercial: fijaremos como sistema de referencia inercial un sistema ligado a tierra $\mathcal{F}_W = O_W, \{X_W, Y_W, Z_W\}$. El hexarotor, cómo sólido rígido, tiene un sistema de referencia ligado a él y cuyo origen coincide con su centro de masa ($\mathcal{F}_B = O_B, \{X_B, Y_B, Z_B\}$).

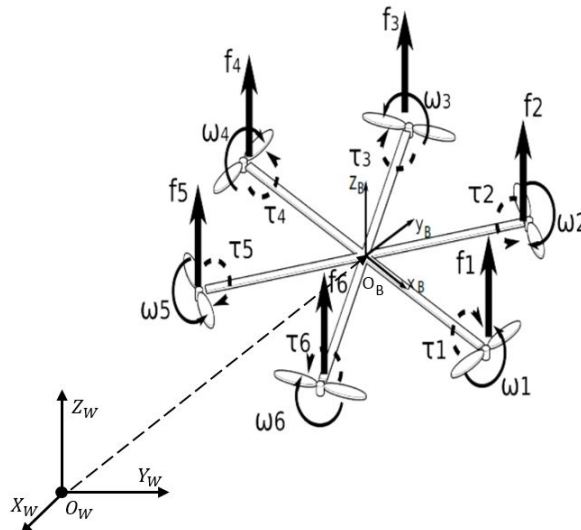


Figura 2-1. Sistemas de referencia [9].

Por lo tanto, tenemos dos sistemas de referencia: un sistema de referencia inercial, ligado a tierra, y otro sistema de referencia no inercial, ligado al hexarotor (Figura 2-1). Para describir la orientación del hexarotor se usarán los ángulos de Euler (Figura 2-2): la orientación en el espacio se define a través de tres rotaciones sucesivas.

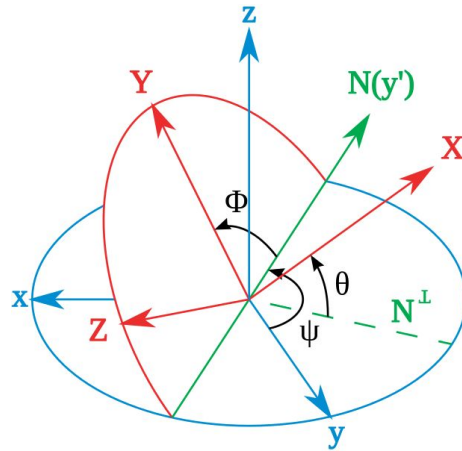


Figura 2-2. Ángulos de Euler.

Estas rotaciones son:

1. Rotación según \vec{x} de ϕ :

$$R_x(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2-1)$$

2. Rotación según \vec{y} de θ :

$$R_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2-2)$$

3. Rotación según \vec{z} de ψ :

$$R_z(\psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-3)$$

La matriz de transformación respecto a los ejes inerciales se obtiene como el producto de las tres matrices anteriores:

$$R_I = R_z(\psi) \cdot R_x(\phi) \cdot R_y(\theta) \quad (2-4)$$

$$R_I = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2-5)$$

$$R_I = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi & \cos \psi \sin \theta \sin \phi + \sin \psi \sin \phi \\ \sin \psi \cos \theta & \sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi & \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2-6)$$

La matriz de rotación es ortonormal, por lo tanto, se cumple que:

$$\mathbf{R}^T \mathbf{R} = \mathbf{I}_n \quad (2-7)$$

Para obtener la relación entre las velocidades angulares del sistema de referencia ligado al cuerpo y las velocidades angulares del sistema de referencia inercial comenzamos derivando la expresión anterior. Haciendo la derivada temporal de la expresión (2-7), obtenemos:

$$\dot{\mathbf{R}}^T \mathbf{R} + \mathbf{R}^T \dot{\mathbf{R}} = \mathbf{0}_n \quad (2-8)$$

Definiendo:

$$\mathbf{S} = \mathbf{R}^T \dot{\mathbf{R}} \quad (2-9)$$

tenemos que:

$$\mathbf{S}^T + \mathbf{S} = \mathbf{0}_n \quad (2-10)$$

Por lo tanto, la matriz \mathbf{S} es una matriz antisimétrica, ya que $\mathbf{S}^T = -\mathbf{S}$. Además, como \mathbf{R} es ortonormal, se cumple que $\mathbf{R}^T = \mathbf{R}^{-1}$. Combinando esto, se obtiene la siguiente relación entre la matriz antisimétrica y la derivada de la matriz ortonormal:

$$\mathbf{S} = \mathbf{R}^{-1} \dot{\mathbf{R}} \quad (2-11)$$

$$\dot{\mathbf{R}} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{S}(\omega) \quad (2-12)$$

Donde $\omega = [p \ q \ r]^T$ son las velocidades angulares en el sistema de referencias fijado al hexarotor, $\dot{\mathbf{R}}$ es la derivada temporal de \mathbf{R} y $\mathbf{S}(\omega)$ es la siguiente matriz antisimétrica:

$$\mathbf{S}(\omega) = \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} \quad (2-13)$$

$$\dot{\mathbf{R}} = \begin{bmatrix} \dot{r}_{11} & \dot{r}_{12} & \dot{r}_{13} \\ \dot{r}_{21} & \dot{r}_{22} & \dot{r}_{23} \\ \dot{r}_{31} & \dot{r}_{32} & \dot{r}_{33} \end{bmatrix} \quad (2-14)$$

Haciendo la operación de la expresión (2-12), y quedándonos con tres componentes de $\dot{\mathbf{R}}$, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \dot{r}_{21} = r \cdot (\sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi) - q \cdot (\sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi) \\ \dot{r}_{31} = r \cdot (\cos \theta \sin \phi) - q \cdot (\cos \theta \cos \phi) \\ \dot{r}_{32} = -r \cdot (-\sin \theta) + p \cdot (\cos \theta \cos \phi) \end{cases} \quad (2-15)$$

donde:

$$\begin{cases} \dot{r}_{21} = \dot{\psi} \cos \psi \cos \theta - \dot{\theta} \sin \psi \sin \theta \\ \dot{r}_{31} = -\dot{\theta} \cos \theta \\ \dot{r}_{32} = -\dot{\theta} \sin \theta \sin \phi + \dot{\phi} \cos \theta \cos \phi \end{cases} \quad (2-16)$$

Finalmente, despejando del sistema (expresión (2-15)), se obtiene la siguiente relación entre las velocidades angulares del sistema de referencias fijado al sólido rígido ($[p \ q \ r]^T$) y las velocidades angulares en el sistema inercial ($[\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T$):

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi \sec \theta & \cos \phi \sec \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (2-17)$$

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$$

2.2 Generación de fuerzas y momentos

El hexarotor controla su posición y orientación generando una fuerza resultante y un par resultante. Esta fuerza y este par no se controlan directamente, sino que se controlan a través de las velocidades de giro de los diferentes rotores. A continuación, se verán las fuerzas y momentos generados en función de las diferentes velocidades de giro de los rotores.

Las hipótesis realizadas en este modelo son las siguientes:

- La estructura del hexarotor es rígida.
- La estructura del hexarotor es simétrica respecto a los tres ejes.
- El centro de gravedad del hexarotor y el origen de la estructura coinciden.
- El empuje de una hélice es proporcional al cuadrado de la velocidad de rotación de la hélice.
- El par resistivo provocado por el giro de la hélice es proporcional al cuadrado de la velocidad de rotación de la hélice.

Además, el hecho de que las hélices no sean coplanarias hace que los flujos de aire se interfieran entre sí, pudiendo provocar que el empuje de una hélice no se pueda aproximar como proporcional al cuadrado de la velocidad de rotación (esta aproximación es bastante buena para una hélice aislada girando). Sin embargo, este efecto no se considerará y se seguirá usando dicha aproximación. Otro efecto que no se tendrá en cuenta por ahora será el efecto suelo, el cual será explicado en el capítulo 4.

El sistema de fuerzas y momentos provocados por las hélices se reducirán a una fuerza resultante y a un momento resultante aplicados en el centro de gravedad. Para llevar a cabo dicha reducción dinámica, se deben usar las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} \{\vec{F}_i\}_1^{N_F}, \{\vec{M}_i\}_1^{N_M} &\rightarrow \{\vec{F}_G, \vec{M}_G\} \\ \vec{F}_G &= \sum_{i=1}^{N_F} \vec{F}_i \quad ; \quad \vec{M}_G = \sum_{i=1}^{N_M} \vec{M}_i + \sum_{i=1}^{N_F} \vec{GP}_i \times \vec{F}_i \end{aligned} \quad (2-18)$$

donde:

- \vec{F}_i y \vec{M}_i son la fuerza i y momento i que se generan en el hexarotor.
- \vec{F}_G y \vec{M}_G son la fuerza y momento resultantes de hacer la reducción dinámica en el centro de gravedad del sistema de fuerzas y momentos $\{\vec{F}_i\}_1^{N_F}, \{\vec{M}_i\}_1^{N_M}$.
- N_F y N_M son el número de fuerzas y momentos, respectivamente.
- \vec{GP}_i vector desde el centro de gravedad hasta el punto de aplicación de la fuerza \vec{F}_i

Las fuerzas que aparecen son la fuerza de empuje de cada hélice, que provocan un momento respecto al centro de gravedad. Los momentos que aparecen son los momentos de arrastre debido al giro de las hélices. Estas fuerzas y momentos se aproximan bastante bien con las siguientes expresiones:

$$T_{thrust} = b\omega^2 \quad \tau_{drag} = k_f\omega^2 \quad (2-19)$$

donde:

- ω es la velocidad de rotación de la hélice.

- b es el coeficiente de empuje de la hélice.
- k_f es el coeficiente de arrastre de la hélice.

En primer lugar, se obtendrá la fuerza resultante del sistema de fuerzas. En la Figura 2-3 se puede ver una representación del hexarotor. Como se puede ver, las hélices tienen asociado un sistema de referencia $\mathcal{F}_{P_i} = O_{P_i}, \{X_{P_i}, Y_{P_i}, Z_{P_i}\}$, el cual está girado respecto al sistema de referencia $\mathcal{F}_B = O_B, \{X_B, Y_B, Z_B\}$.

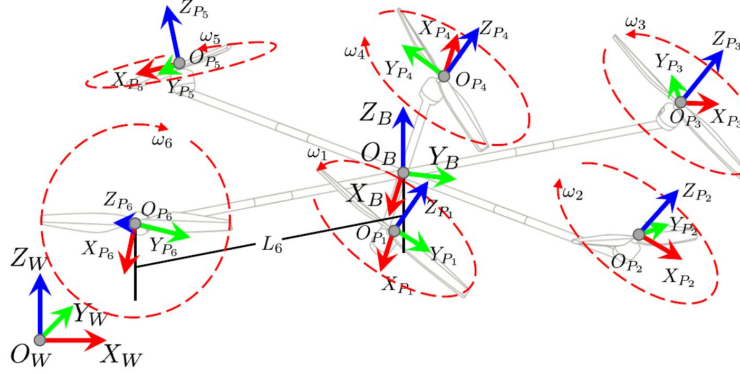


Figura 2-3. Representación del hexarotor [6].

Los sistemas de referencias asociados a las hélices se consiguen a partir de tres giros y un desplazamiento. Los giros y desplazamiento son los siguientes (en orden):

1. Giro alrededor del eje Z_B un ángulo λ_i :

$$R_z(\lambda_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \lambda_i & -\sin \lambda_i \\ 0 & \sin \lambda_i & \cos \lambda_i \end{bmatrix} \quad (2-20)$$

2. Desplazamiento una distancia L a lo largo del eje X'_B .
3. Giro alrededor del eje X''_B un ángulo α_i :

$$R_x(\alpha_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i \end{bmatrix} \quad (2-21)$$

4. Giro alrededor del eje Y'''_B un ángulo β_i :

$$R_y(\beta_i) = \begin{bmatrix} \cos \beta_i & 0 & \sin \beta_i \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta_i & 0 & \cos \beta_i \end{bmatrix} \quad (2-22)$$

Por lo tanto, la matriz de rotación asociada a la hélice i es:

$$R_{P_i}(\lambda_i, \alpha_i, \beta_i) = R_z(\lambda_i) \cdot R_x(\alpha_i) \cdot R_y(\beta_i)$$

$$R_{P_i} = \begin{bmatrix} \cos \beta_i \cos \lambda_i - \sin \lambda_i \sin \alpha_i \sin \beta_i & -\cos \alpha_i \sin \lambda_i & \sin \beta_i \cos \lambda_i + \sin \lambda_i \sin \alpha_i \cos \beta_i \\ \cos \beta_i \sin \lambda_i + \cos \lambda_i \sin \alpha_i \sin \beta_i & \cos \alpha_i \cos \lambda_i & \sin \beta_i \sin \lambda_i - \cos \lambda_i \sin \alpha_i \cos \beta_i \\ -\cos \alpha_i \sin \beta_i & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i \cos \beta_i \end{bmatrix} \quad (2-23)$$

El ángulo λ_i sigue la siguiente expresión:

$$\lambda_i = (i-1) \frac{\pi}{3}, \quad \forall i = 1, 2, \dots, 6 \quad (2-24)$$

En las figuras 2-4, 2-5 y 2-6 se llevan a cabo los giros de α_i y β_i .

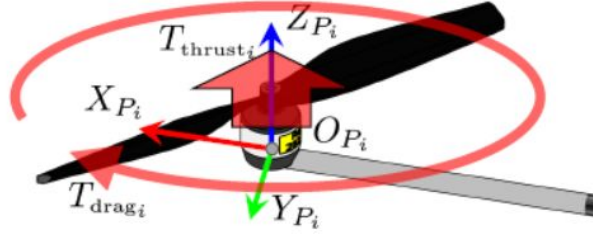
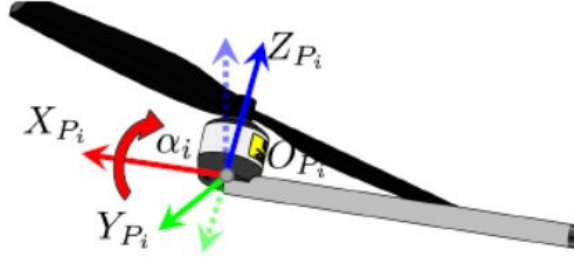
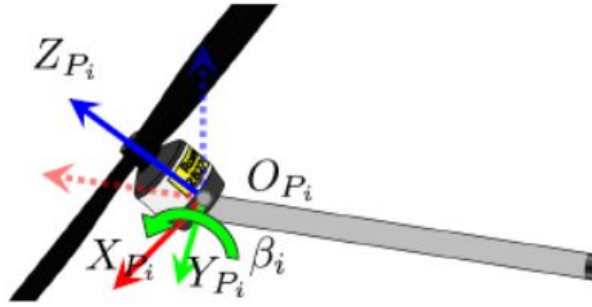


Figura 2-4. Rotor no girado [6].

Figura 2-5. Rotor girado α_i [6].Figura 2-6. Rotor girado β_i [6].

Como se ha explicado, el empuje de una hélice se puede suponer proporcional al cuadrado de la velocidad de rotación. Esta fuerza es perpendicular al plano de giro (Figura 2-4). Por lo tanto, el empuje, expresado en el sistema de referencia de la hélice (\mathcal{F}_{P_i}) es:

$$\vec{T}_{Th(P)_i} = [0 \quad 0 \quad b\omega_i^2] \quad , \quad \forall i = 1, 2, \dots, 6 \quad (2-25)$$

Y expresándola en el sistema de referencia del hexarotor (\mathcal{F}_B) es:

$$\begin{aligned} \vec{T}_{Th(B)_i} &= R_{P_i}(\lambda_i, \alpha_i, \beta_i) \vec{T}_{Th(P)_i} \\ \vec{T}_{Th(B)_i} &= \begin{bmatrix} \cos \beta_i \cos \lambda_i - \sin \lambda_i \sin \alpha_i \sin \beta_i & -\cos \alpha_i \sin \lambda_i & \sin \beta_i \cos \lambda_i + \sin \lambda_i \sin \alpha_i \cos \beta_i \\ \cos \beta_i \sin \lambda_i + \cos \lambda_i \sin \alpha_i \sin \beta_i & \cos \alpha_i \cos \lambda_i & \sin \beta_i \sin \lambda_i - \cos \lambda_i \sin \alpha_i \cos \beta_i \\ -\cos \alpha_i \sin \beta_i & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i \cos \beta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b\omega_i^2 \end{bmatrix} \quad (2-26) \\ \vec{T}_{Th(B)_i} &= b\omega_i^2 \begin{bmatrix} \sin \beta_i \cos \lambda_i + \sin \lambda_i \sin \alpha_i \cos \beta_i \\ \sin \beta_i \sin \lambda_i - \cos \lambda_i \sin \alpha_i \cos \beta_i \\ \cos \alpha_i \cos \beta_i \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Por lo tanto, la fuerza total aplicada en el centro de gravedad es:

$$\vec{F}_T = \sum_{i=1}^6 \vec{T}_{Th(B)_i} = \sum_{i=1}^6 b\omega_i^2 \begin{bmatrix} \sin \beta_i \cos \lambda_i + \sin \lambda_i \sin \alpha_i \cos \beta_i \\ \sin \beta_i \sin \lambda_i - \cos \lambda_i \sin \alpha_i \cos \beta_i \\ \cos \alpha_i \cos \beta_i \end{bmatrix} \quad (2-27)$$

Los valores λ_i se obtiene sustituyendo en la expresión (2-4). En la Figura 2-7 se representa la estructura del hexarotor en el plano XY para ver con claridad el número de cada rotor. Se tienen los diferentes ángulos λ_i (y sus cosenos y senos):

Tabla 2-1. Valores de λ_i para diferentes valores de i .

i	λ_i	$\cos \lambda_i$	$\sin \lambda_i$
1	0	1	0
2	$\frac{\pi}{3}$	0.5	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
3	$\frac{2\pi}{3}$	-0.5	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
4	π	-1	0
5	$\frac{4\pi}{3}$	-0.5	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
6	$\frac{5\pi}{3}$	0.5	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

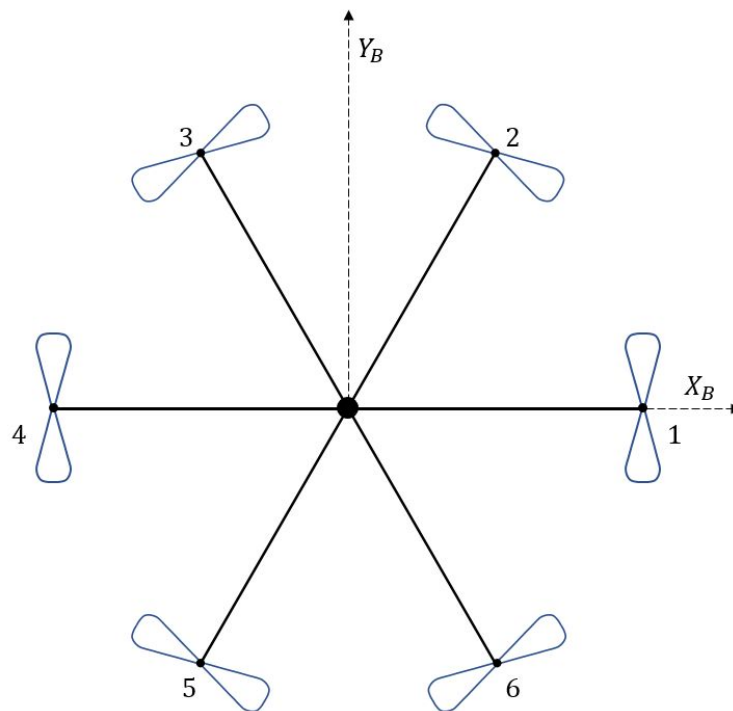


Figura 2-7. Esquema de un hexarotor en el plano XY.

En cuanto a α_i y β_i , siempre se girará lo mismo (mismo módulo) en cada rotor, aunque el sentido puede cambiar de un rotor a otro: en unos se girará $+\alpha_i, +\beta_i$ y en otros $-\alpha_i, -\beta_i$. En [6], se presentan diferentes configuraciones de rotors inclinados y se calcula las acciones de control para una trayectoria determinada. El objetivo es minimizar la acción de control (expresión (2-28)) para una trayectoria determinada.

$$\min_{\alpha, \beta} \int_0^{t_f} \|u\| dt \quad (2-28)$$

$$\text{sujeto a } \begin{cases} 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \\ 0 < \beta < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Las diferentes configuraciones probadas se pueden ver en la Figura 2-8. En la primera fila se representan las diferentes configuraciones probadas. En el círculo exterior se representa el sentido de giro del ángulo α_i y en el interno el sentido de giro β_i . En la segunda fila se representan los valores de la función a minimizar ($\int_0^{t_f} \|u\| dt$). Se puede ver como las configuraciones (d) y (e) son no realizables, a diferencia de las configuraciones (a), (b) y (c), que si lo son. Además, la configuración que más minimiza la función es la (b), por lo que será la que usaremos.

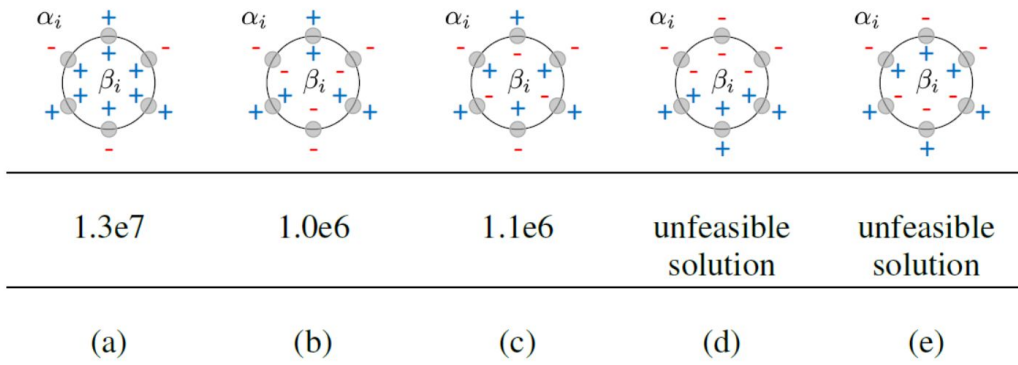


Figura 2-8. Diferentes valores de $\int_0^{t_f} \|u\| dt$ para diferentes configuraciones [6].

Por lo tanto, al elegir la configuración (b), nuestros ángulos tomarán los siguientes signos:

Tabla 2-2. Signos de α y β .

i	α_i	β_i
1	$+\alpha$	$+\beta$
2	$-\alpha$	$-\beta$
3	$+\alpha$	$+\beta$
4	$-\alpha$	$-\beta$
5	$+\alpha$	$+\beta$
6	$-\alpha$	$-\beta$

Como $\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$ y $\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$, si sustituimos en la expresión (2-26), obtenemos:

$$\vec{T}_{Th(B)i(PAR)} = b\omega_i^2 \begin{bmatrix} -\sin \beta \cos \lambda_i - \sin \lambda_i \sin \alpha \cos \beta \\ -\sin \beta \sin \lambda_i + \cos \lambda_i \sin \alpha \cos \beta \\ \cos \alpha \cos \beta \end{bmatrix} = b\omega_i^2 \cdot V_{i(PAR)} \quad (2-29)$$

$$\vec{T}_{Th(B)i(IMP)} = b\omega_i^2 \begin{bmatrix} \sin \beta \cos \lambda_i + \sin \lambda_i \sin \alpha \cos \beta \\ \sin \beta \sin \lambda_i - \cos \lambda_i \sin \alpha \cos \beta \\ \cos \alpha \cos \beta \end{bmatrix} = b\omega_i^2 \cdot V_{i(IMP)}$$

Además, el sumatorio (2-27), se puede expresar también de forma matricial.

$$\vec{F}_T = \sum_{i=1}^6 \vec{T}_{Th(B)_i} = A \cdot b \cdot \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \\ \omega_5^2 \\ \omega_6^2 \end{bmatrix} = b \cdot [V_1 \ V_2 \ V_3 \ V_4 \ V_5 \ V_6] \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \\ \omega_5^2 \\ \omega_6^2 \end{bmatrix} \quad (2-30)$$

Donde la matriz A es una matriz 3x6. Finalmente, si sustituimos los valores de λ_i en la expresión (2-30), se obtiene la siguiente relación entre la fuerza total y las velocidades de los rotores (c es coseno y s seno).

$$\vec{F}_T = b \cdot \begin{bmatrix} s\beta & -\frac{s\beta}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} sac\beta & -\frac{s\beta}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} sac\beta & s\beta & -\frac{s\beta}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} sac\beta & -\frac{s\beta}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} sac\beta \\ -sac\beta & -\frac{\sqrt{3}}{2} s\beta + \frac{sac\beta}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} s\beta + \frac{sac\beta}{2} & -sac\beta & -\frac{\sqrt{3}}{2} s\beta - \frac{sac\beta}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} s\beta - \frac{sac\beta}{2} \\ cac\beta & cac\beta & cac\beta & cac\beta & cac\beta & cac\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \\ \omega_5^2 \\ \omega_6^2 \end{bmatrix} \quad (2-31)$$

Una vez que se tiene la relación entre las fuerzas resultantes y las velocidades de giro, se obtendrá la relación entre las velocidades de giro y los momentos resultantes.

Los momentos aplicados en el hexarotor son debidos al momento de arrastre que aparece en cada rotor. Además, al hacer la reducción dinámica en el centro de gravedad del hexarotor, hay que tener en cuenta que las fuerzas de empuje de cada rotor generan un momento respecto a este punto (ver expresión (2-18)).

En primer lugar, se obtendrá la suma de momentos debido a los momentos de arrastre, en función de las velocidades de los rotores. Después, se obtendrá los momentos debido a las fuerzas de empuje de los rotores, y en función de las velocidades de los rotores.

Antes de comenzar a obtener el momento resultante, hay que establecer el sentido de giro de cada uno de los rotores. Los rotores impares girarán en sentido antihorario, y los pares en sentido horario (Figura 2-9).

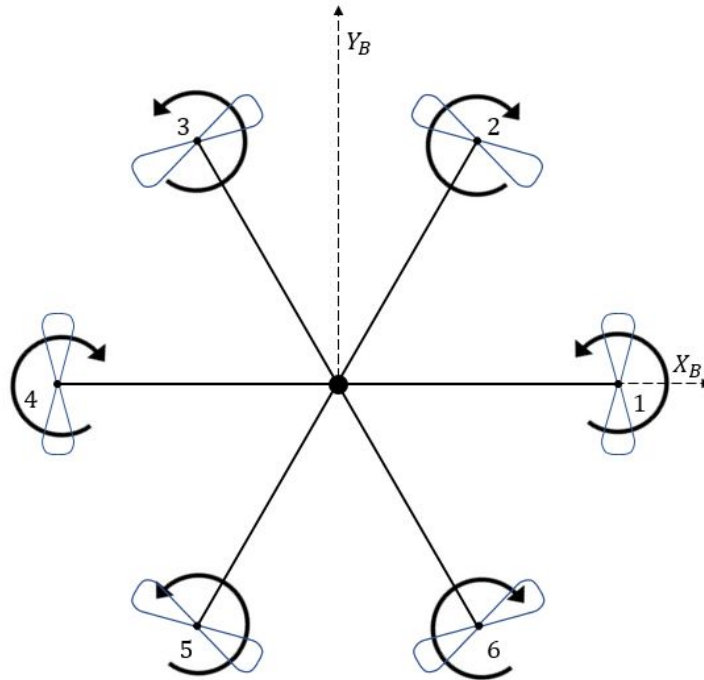


Figura 2-9. Esquema de un hexarotor en el plano XY con sentido de giro.

El momento de arrastre tiene el sentido contrario al sentido de giro. Se puede expresar en el sistema de cada

hélice (\mathcal{F}_{P_i}) como:

$$\vec{\tau}_{drag(P)_i} = [0 \quad 0 \quad (-1)^i k_f \omega_i^2] \quad , \quad \forall i = 1, 2, \dots, 6 \quad (2-32)$$

Y expresándola en el sistema de referencia del hexarotor (\mathcal{F}_B) es:

$$\vec{\tau}_{drag(B)_i} = R_{P_i}(\lambda_i, \alpha_i, \beta_i) \vec{\tau}_{drag(P)_i} \quad (2-33)$$

Como se puede ver, la matriz que acompaña a las velocidades de los rotores es la misma, pero las columnas que acompañan a los rotores impares tienen signo negativo. Es decir:

$$\vec{\tau}_{drag} = \sum_{i=1}^6 \vec{\tau}_{drag(B)_i} = A \cdot k_f \cdot \begin{bmatrix} -\omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ -\omega_3^2 \\ \omega_4^2 \\ -\omega_5^2 \\ \omega_6^2 \end{bmatrix} = k_f \cdot [-V_1 \quad V_2 \quad -V_3 \quad V_4 \quad -V_5 \quad V_6] \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \\ \omega_5^2 \\ \omega_6^2 \end{bmatrix} = H \cdot k_f \cdot \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \\ \omega_5^2 \\ \omega_6^2 \end{bmatrix} \quad (2-34)$$

Donde H es una matriz 3x6, y V_i se puede ver en la expresión (2-29). Finalmente, sustituyendo cada valor de V_i se obtiene:

$$\vec{\tau}_{drag} = k_f \cdot \begin{bmatrix} -s\beta & -\frac{s\beta}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} sac\beta & \frac{s\beta}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} sac\beta & s\beta & \frac{s\beta}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} sac\beta & -\frac{s\beta}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} sac\beta \\ sac\beta & -\frac{\sqrt{3}}{2} s\beta + \frac{sac\beta}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} s\beta - \frac{sac\beta}{2} & -sac\beta & \frac{\sqrt{3}}{2} s\beta + \frac{sac\beta}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} s\beta - \frac{sac\beta}{2} \\ -cac\beta & cac\beta & -cac\beta & cac\beta & -cac\beta & cac\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \\ \omega_5^2 \\ \omega_6^2 \end{bmatrix} \quad (2-35)$$

A continuación, se obtendrá el momento resultante en el centro de gravedad debido a las fuerzas de empuje de los rotores. Para ello usaremos la siguiente expresión:

$$\vec{\tau}_{Th} = \sum_{i=1}^6 \vec{\tau}_{Th_i} = \sum_{i=1}^6 \vec{GP}_i \times R_{P_i}(\lambda_i, \alpha_i, \beta_i) \vec{T}_{Th(P)_i} \quad (2-36)$$

donde cada termino es:

$$\vec{GP}_i = L \begin{bmatrix} \cos \lambda_i \\ \sin \lambda_i \\ 0 \end{bmatrix} \quad , \quad R_{P_i}(\lambda_i, \alpha_i, \beta_i) \vec{T}_{Th(P)_i} = b\omega_i^2 \begin{bmatrix} \sin \beta_i \cos \lambda_i + \sin \lambda_i \sin \alpha_i \cos \beta_i \\ \sin \beta_i \sin \lambda_i - \cos \lambda_i \sin \alpha_i \cos \beta_i \\ \cos \alpha_i \cos \beta_i \end{bmatrix} \quad (2-37)$$

Siendo L la longitud desde el centro de gravedad hasta el rotor. Desarrollando el producto vectorial de la expresión (2-36) se tiene:

$$\vec{\tau}_{Th_i} = \vec{GP}_i \times R_{P_i}(\lambda_i, \alpha_i, \beta_i) \vec{T}_{Th(P)_i} = Lb\omega_i^2 \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \cos \lambda_i & \sin \lambda_i & 0 \\ A & B & \cos \alpha_i \cos \beta_i \end{vmatrix} \quad (2-38)$$

$$A = \sin \beta_i \cos \lambda_i + \sin \lambda_i \sin \alpha_i \cos \beta_i \quad ; \quad B = \sin \beta_i \sin \lambda_i - \cos \lambda_i \sin \alpha_i \cos \beta_i$$

$$\vec{\tau}_{Th_i} = Lb\omega_i^2 \begin{bmatrix} \sin \lambda_i \cos \alpha_i \cos \beta_i \\ -\cos \lambda_i \cos \alpha_i \cos \beta_i \\ B \cos \lambda_i - A \sin \lambda_i \end{bmatrix}$$

Desarrollando la tercera componente:

$$\begin{aligned}
B \cos \lambda_i - A \sin \lambda_i &= (\sin \beta_i \sin \lambda_i - \cos \lambda_i \sin \alpha_i \cos \beta_i) \cos \lambda_i \\
&\quad - (\sin \beta_i \cos \lambda_i + \sin \lambda_i \sin \alpha_i \cos \beta_i) \sin \lambda_i \\
&= \cos \lambda_i \sin \beta_i \sin \lambda_i - \cos^2 \lambda_i \sin \alpha_i \cos \beta_i \\
&\quad - \sin \beta_i \cos \lambda_i \sin \lambda_i - \sin^2 \lambda_i \sin \alpha_i \cos \beta_i = -\sin \alpha_i \cos \beta_i
\end{aligned} \tag{2-39}$$

Por lo que queda:

$$\vec{\tau}_{Thi} = Lb\omega_i^2 \begin{bmatrix} \sin \lambda_i \cos \alpha_i \cos \beta_i \\ -\cos \lambda_i \cos \alpha_i \cos \beta_i \\ -\sin \alpha_i \cos \beta_i \end{bmatrix} \tag{2-40}$$

Finalmente, desarrollando el sumatorio (2-36), sustituyendo los valores de λ_i y teniendo en cuenta los signos de α y β , se obtiene:

$$\vec{\tau}_{Th} = L \cdot b \cdot G \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \\ \omega_5^2 \\ \omega_6^2 \end{bmatrix} = L \cdot b \cdot \begin{bmatrix} 0 & \frac{\sqrt{3}}{2}cac\beta & \frac{\sqrt{3}}{2}cac\beta & 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2}cac\beta & -\frac{\sqrt{3}}{2}cac\beta \\ -cac\beta & -\frac{cac\beta}{2} & \frac{cac\beta}{2} & cas\beta & \frac{cac\beta}{2} & -\frac{cac\beta}{2} \\ -sac\beta & sac\beta & -sac\beta & sac\beta & -sac\beta & sac\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \\ \omega_5^2 \\ \omega_6^2 \end{bmatrix} \tag{2-41}$$

Por lo tanto, el par en el centro de gravedad se puede expresar como:

$$\vec{\tau}_{Total} = \vec{\tau}_{Thrust} + \vec{\tau}_{Drag}$$

$$\vec{\tau}_{Total} = [L \cdot b \cdot G + H \cdot k_f] \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \\ \omega_5^2 \\ \omega_6^2 \end{bmatrix} \tag{2-42}$$

Siendo H y G matrices 3x6, y desarrolladas anteriormente. Finalmente, la expresión que relaciona las velocidades de los rotores con las fuerzas y pares en el centro de gravedad es:

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \\ \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = M(\alpha, \beta) \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \\ \omega_5^2 \\ \omega_6^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \cdot b \\ G \cdot L \cdot b + H \cdot k_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \\ \omega_5^2 \\ \omega_6^2 \end{bmatrix} \tag{2-43}$$

Siendo M una matriz 6x6, y las matrices A , G y H las siguientes matrices 3x6:

$$A = \begin{bmatrix} s\beta & -\frac{s\beta}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}sac\beta & -\frac{s\beta}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}sac\beta & s\beta & -\frac{s\beta}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}sac\beta & -\frac{s\beta}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}sac\beta \\ -sac\beta & -\frac{\sqrt{3}}{2}s\beta + \frac{sac\beta}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2}s\beta + \frac{sac\beta}{2} & -sac\beta & -\frac{\sqrt{3}}{2}s\beta - \frac{sac\beta}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2}s\beta - \frac{sac\beta}{2} \\ cac\beta & cac\beta & cac\beta & cac\beta & cac\beta & cac\beta \end{bmatrix} \tag{2-44}$$

$$H = \begin{bmatrix} -s\beta & -\frac{s\beta}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}sac\beta & \frac{s\beta}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}sac\beta & s\beta & \frac{s\beta}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}sac\beta & -\frac{s\beta}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}sac\beta \\ sac\beta & -\frac{\sqrt{3}}{2}s\beta + \frac{sac\beta}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2}s\beta - \frac{sac\beta}{2} & -sac\beta & \frac{\sqrt{3}}{2}s\beta + \frac{sac\beta}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2}s\beta - \frac{sac\beta}{2} \\ -cac\beta & cac\beta & -cac\beta & cac\beta & -cac\beta & cac\beta \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\sqrt{3}}{2}cac\beta & \frac{\sqrt{3}}{2}cac\beta & 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2}cac\beta & -\frac{\sqrt{3}}{2}cac\beta \\ -cac\beta & -\frac{cac\beta}{2} & \frac{cac\beta}{2} & cas\beta & \frac{cac\beta}{2} & -\frac{cac\beta}{2} \\ -sac\beta & sac\beta & -sac\beta & sac\beta & -sac\beta & sac\beta \end{bmatrix}$$

2.3 Ecuaciones de movimiento mediante Newton-Euler

Para obtener las ecuaciones de movimiento del hexarotor se usará en primer lugar la formulación de Newton-Euler (mecánica vectorial), y posteriormente la formulación de Lagrange-Euler (mecánica analítica). En la formulación de Newton-Euler se describe de forma vectorial la dinámica de un sólido rígido sujeto a una serie de fuerzas y momentos externos. En primer lugar, se verá la dinámica de translación, y posteriormente la dinámica de rotación.

2.3.1 Dinámica de translación

Aplicando las ecuaciones de Newton-Euler, y quedándonos con aquellas que describen el movimiento de translación, tenemos:

$$m\dot{\vec{V}} = \sum \vec{F} \quad (2-45)$$

donde:

- $\sum F$: sumatorio de fuerzas externas expresadas en el sistema de referencia inercial (ligado a tierra), aplicadas en el centro de gravedad del cuerpo.
- m : masa del hexarotor.
- $\vec{V} = [v_x \ v_y \ v_z]^T$: velocidad del centro de masas expresada en el sistema de referencia inercial.

Las fuerzas que actúan sobre el hexarotor son:

- Fuerza gravitatoria:

$$\vec{F}_g = [0 \ 0 \ -mg]^T \quad (2-46)$$

- Fuerzas de rozamiento con el aire:

$$\vec{F}_A = [F_{Ax} \ F_{Ay} \ F_{Az}]^T \quad (2-47)$$

- Perturbaciones:

$$\vec{F}_D = [F_{Dx} \ F_{Dy} \ F_{Dz}]^T \quad (2-48)$$

- Fuerzas de actuación (fuerza resultante del empuje de cada rotor), expresada en ejes cuerpo:

$$\vec{f} = [f_x \ f_y \ f_z]^T \quad (2-49)$$

Las fuerzas de rozamiento con el aire y las perturbaciones las despreciaremos. Sustituyendo el resto de fuerzas

en el sumatorio de la expresión (2-45), obtenemos:

$$\Sigma \vec{F} = m \vec{\dot{v}} = m \begin{bmatrix} \dot{v}_x \\ \dot{v}_y \\ \dot{v}_z \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{bmatrix} + R_B(\phi, \theta, \psi) \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} \quad (2-50)$$

Donde $R_B(\phi, \theta, \psi)$ es la matriz de rotación de los ejes cuerpos respecto a los ejes inerciales, desarrollada en la expresión (2-6). Desarrollando la expresión anterior, tenemos (c es coseno y s seno):

$$m \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c\psi c\theta & c\psi s\theta s\phi - s\psi c\phi & c\psi s\theta c\phi + s\psi s\phi \\ s\psi c\theta & s\psi s\theta s\phi + c\psi c\phi & s\psi s\theta c\phi - c\psi s\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} \quad (2-51)$$

Despejando $[\ddot{x} \ \ddot{y} \ \ddot{z}]^T$ del sistema (expresión (2-51)), se obtienen las siguientes ecuaciones, que describen la dinámica de translación del hexarotor.

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{f_x}{m} (\cos \psi \cos \theta) + \frac{f_y}{m} (\cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi) + \frac{f_z}{m} (\cos \psi \sin \theta \sin \phi + \sin \psi \sin \phi) \\ \ddot{y} = \frac{f_x}{m} (\sin \psi \cos \theta) + \frac{f_y}{m} (\sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi) + \frac{f_z}{m} (\sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi) \\ \ddot{z} = -g + \frac{f_x}{m} (-\sin \theta) + \frac{f_y}{m} (\cos \theta \sin \phi) + \frac{f_z}{m} (\cos \theta \cos \phi) \end{cases} \quad (2-52)$$

2.3.2 Dinámica de rotación

Una vez vistas las ecuaciones que describen la dinámica de translación, veremos las ecuaciones que describen la dinámica de rotación. Para ello, aplicamos la formulación de Newton-Euler, pero esta vez nos quedamos con las ecuaciones que describen la dinámica de rotación. Haciendo esto, tenemos:

$$\Sigma \vec{M}_B = J \dot{\Omega} + \Omega \times J \Omega \quad (2-53)$$

donde:

- $\Sigma \vec{M}_B$: sumatorio de pares externos expresadas en el sistema de referencia ligado al hexarotor.
- J : matriz de inercias del hexarotor.
- $\Omega = [p \ q \ r]^T$: velocidades de rotación, expresada en los ejes cuerpo.

Como el hexarotor es simétrico respecto a los tres ejes ligado a su cuerpo, la matriz de inercia tiene la siguiente forma:

$$J = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2-54)$$

Se despreciarán los efectos giroscópicos debido al cambio en la orientación del plano de los rotores. Por lo tanto, habrá un único momento externo en el sumatorio de 2-53:

- Pares de actuación, debido a los pares generados por los rotores (empuje, pares de arrastre, ...):

$$\vec{\tau} = [\tau_\phi \ \tau_\theta \ \tau_\psi]^T \quad (2-55)$$

Sustituyendo esto en la expresión (2-23), y despejando $\vec{\dot{\Omega}} = [\dot{p} \ \dot{q} \ \dot{r}]^T$, tenemos:

$$\begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ p & q & r \\ qI_{xx} & qI_{yy} & rI_{zz} \end{bmatrix} \quad (2-56)$$

$$\begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{xx}\dot{p} \\ I_{yy}\dot{q} \\ I_{zz}\dot{r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} qr(I_{zz} - I_{yy}) \\ pr(I_{xx} - I_{zz}) \\ pq(I_{yy} - I_{xx}) \end{bmatrix} \quad (2-57)$$

$$\begin{cases} \dot{p} = \frac{\tau_\phi}{I_{xx}} + qr \frac{(I_{yy} - I_{zz})}{I_{xx}} \\ \dot{q} = \frac{\tau_\theta}{I_{yy}} + pr \frac{(I_{zz} - I_{xx})}{I_{yy}} \\ \dot{r} = \frac{\tau_\psi}{I_{zz}} + pq \frac{(I_{xx} - I_{yy})}{I_{zz}} \end{cases} \quad (2-58)$$

Donde la relación entre $[p \ q \ r]^T$ y $[\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T$ se puede encontrar en la expresión (2-17).

2.3.3 Resumen de ecuaciones de movimiento

Definimos el siguiente vector de estados ζ :

$$\zeta = [x \ y \ z \ u \ v \ w \ \phi \ \theta \ \psi \ p \ q \ r]^T \quad (2-59)$$

Gracias a las ecuaciones obtenidas en los apartados 2.3.1 y 2.3.2, las ecuaciones de movimiento obtenidas son las siguientes:

$$\zeta = \begin{cases} \dot{x} = u \\ \dot{y} = v \\ \dot{z} = w \\ \dot{u} = \frac{f_x}{m} (\cos \psi \cos \theta) + \frac{f_y}{m} (\cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi) + \frac{f_z}{m} (\cos \psi \sin \theta \sin \phi + \sin \psi \sin \phi) \\ \dot{v} = \frac{f_x}{m} (\sin \psi \cos \theta) + \frac{f_y}{m} (\sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi) + \frac{f_z}{m} (\sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi) \\ \dot{w} = -g + \frac{f_x}{m} (-\sin \theta) + \frac{f_y}{m} (\cos \theta \sin \phi) + \frac{f_z}{m} (\cos \theta \cos \phi) \\ \dot{\phi} = p + q \sin \phi \tan \theta + r \cos \phi \tan \theta \\ \dot{\theta} = q \cos \theta - r \sin \phi \\ \dot{\psi} = q \sin \phi \sec \theta + r \cos \phi \sec \theta \\ \dot{p} = \frac{\tau_\phi}{I_{xx}} + qr \frac{(I_{yy} - I_{zz})}{I_{xx}} \\ \dot{q} = \frac{\tau_\theta}{I_{yy}} + pr \frac{(I_{zz} - I_{xx})}{I_{yy}} \\ \dot{r} = \frac{\tau_\psi}{I_{zz}} + pq \frac{(I_{xx} - I_{yy})}{I_{zz}} \end{cases} \quad (2-60)$$

2.4 Ecuaciones de movimiento mediante Lagrange-Euler

A continuación, se obtendrán las ecuaciones de movimiento del hexarotor a través de la formulación de Lagrange-Euler. Las ecuaciones de Lagrange en función de la Lagrangiana son las siguientes:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_k} = Q_k^{NC} \quad ; \quad \{k\}_1^n \quad (2-61)$$

$$\mathcal{L} = E_c - E_p$$

donde:

- \mathcal{L} es la Lagrangiana.
- E_c es la energía cinética total.
- E_p es la energía potencial total.
- q_k es la coordenada generalizada k.
- \dot{q}_k es la derivada primera temporal de la coordenada generalizada k.
- n es el número de coordenadas generalizadas.
- Q_k^{NC} son las fuerzas/pares generalizados debido a fuerzas/momentos activos no conservativos.

Para nuestro sistema se tomarán las siguientes coordenadas generalizadas:

$$q = [x \quad y \quad z \quad \phi \quad \theta \quad \psi]^T \quad (2-62)$$

A continuación, definimos la posición del centro de gravedad del hexarotor respecto al sistema de referencia inercial y la orientación como:

$$\begin{aligned} \xi &= [x \quad y \quad z]^T \\ \eta &= [\phi \quad \theta \quad \psi]^T \end{aligned} \quad (2-63)$$

Para calcular la Lagrangiana necesitamos la expresión de la energía cinética y de la energía potencial. La energía potencial en función de las coordenadas generalizadas viene dada por:

$$E_p(q, \dot{q}) = mgz \quad (2-64)$$

La energía cinética (en el centro de gravedad del hexarotor) en función de las coordenadas generalizadas viene dada por:

$$E_c(q, \dot{q}) = E_{c,tras}(q, \dot{q}) + E_{c,rot}(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} m \vec{v}_G^2 + \frac{1}{2} \vec{\Omega} I_G \vec{\Omega} \quad (2-65)$$

donde:

- $\vec{v}_G = [\dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{z}]^T$ es la velocidad del centro de gravedad del hexarotor.
- I_G es la matriz de inercia del hexarotor respecto a su centro de gravedad G.
- $\vec{\Omega} = [\dot{\phi} \quad \dot{\theta} \quad \dot{\psi}]^T$.

Las fuerzas generalizadas o los momentos generalizados no conservativos se calculan de la siguiente forma:

$$Q_k^{NC}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \frac{\partial \vec{v}_P}{\partial \dot{q}_k} ; \quad Q_k^{NC}(\vec{M}) = \vec{M} \cdot \frac{\partial \vec{\Omega}}{\partial \dot{q}_k} ; \quad \{k\}_1^n \quad (2-66)$$

Las fuerzas y momentos activos y no conservativos que se tendrá en cuenta son:

- Fuerza de actuación (en los ejes inerciales) provocada por la acción de los rotores: $\vec{f}_I = [f_{xI} \quad f_{yI} \quad f_{zI}]^T$
- Momento de actuación provocado por la acción de los rotores: $\vec{\tau} = [\tau_\phi \quad \tau_\theta \quad \tau_\psi]^T$

Se puede dividir las ecuaciones de Lagrange en dos: parte de translación y parte de rotación.

$$\begin{bmatrix} \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}(\xi, \dot{\xi})}{\partial \dot{q}_\xi} \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}(\eta, \dot{\eta})}{\partial \dot{q}_\eta} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathcal{L}(\xi, \dot{\xi})}{\partial q_\xi} \\ \frac{\partial \mathcal{L}(\eta, \dot{\eta})}{\partial q_\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_\xi^{NC} \\ M_\eta^{NC} \end{bmatrix} \quad (2-67)$$

2.4.1 Dinámica de translación

Para obtener las ecuaciones que describen el movimiento nos quedamos con la primera componente del sistema anteriormente mostrado.

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}(\xi, \dot{\xi})}{\partial \dot{q}_\xi} - \frac{\partial \mathcal{L}(\xi, \dot{\xi})}{\partial q_\xi} = F_\xi^{NC} \quad (2-68)$$

Desarrollando cada termino, se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}(\xi, \dot{\xi})}{\partial q_\xi} &= - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} \\ \frac{\partial \mathcal{L}(\xi, \dot{\xi})}{\partial \dot{q}_\xi} &= \frac{1}{2} m (2\dot{\xi}) = m \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} ; \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}(\xi, \dot{\xi})}{\partial \dot{q}_\xi} = m \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} \\ Q_\xi^{NC}(\vec{f}) &= \vec{f} \cdot \frac{\partial \vec{v}_P}{\partial \dot{q}_\xi} ; \quad \frac{\partial \vec{v}_P}{\partial \dot{q}_\xi} = \frac{\partial [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T}{\partial \dot{q}_\xi} = [1 \ 1 \ 1]^T ; \quad Q_\xi^{NC}(\vec{F}) = [f_{xI} \ f_{yI} \ f_{zI}]^T \end{aligned} \quad (2-69)$$

Recompilando las expresiones obtenidas, y sustituyendo en la expresión (2-68), obtenemos:

$$m \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{xI} \\ f_{yI} \\ f_{zI} \end{bmatrix} \quad (2-70)$$

Despejando, obtenemos:

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{f_{xI}}{m} \\ \ddot{y} = \frac{f_{yI}}{m} \\ \ddot{z} = -g + \frac{f_{zI}}{m} \end{cases} \quad (2-71)$$

Para pasar de \vec{f}_I a \vec{f} usamos la matriz de rotación. Realizando la operación, obtenemos:

$$\begin{aligned} \vec{f}_I &= R_B(\phi, \theta, \psi) \cdot \vec{f} \\ \begin{cases} f_{xI} = f_x(\cos \psi \cos \theta) + f_y(\cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi) + f_z(\cos \psi \sin \theta \sin \phi + \sin \psi \sin \phi) \\ f_{yI} = f_x(\sin \psi \cos \theta) + f_y(\sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi) + f_z(\sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi) \\ f_{zI} = f_x(-\sin \theta) + f_y(\cos \theta \sin \phi) + f_z(\cos \theta \cos \phi) \end{cases} \end{aligned} \quad (2-72)$$

Por lo tanto, sustituyendo la expresión (2-72) en la expresión (2-71), obtenemos las siguientes ecuaciones para la dinámica de translación. Se puede ver como son las mismas expresiones que las obtenidas mediante la formulación de Newton-Euler, como era de esperar (ver expresión (2-52)).

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{f_x}{m} (\cos \psi \cos \theta) + \frac{f_y}{m} (\cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi) + \frac{f_z}{m} (\cos \psi \sin \theta \sin \phi + \sin \psi \sin \phi) \\ \ddot{y} = \frac{f_x}{m} (\sin \psi \cos \theta) + \frac{f_y}{m} (\sin \psi \sin \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi) + \frac{f_z}{m} (\sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi) \\ \ddot{z} = -g + \frac{f_x}{m} (-\sin \theta) + \frac{f_y}{m} (\cos \theta \sin \phi) + \frac{f_z}{m} (\cos \theta \cos \phi) \end{cases} \quad (2-73)$$

2.4.2 Dinámica de rotación

Para obtener las ecuaciones que describen la dinámica de rotación, nos quedamos con la segunda componente de la expresión (2-67).

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}(\eta, \dot{\eta})}{\partial \dot{q}_\eta} - \frac{\partial \mathcal{L}(\eta, \dot{\eta})}{\partial q_\eta} = M_\eta^{Nc} \quad (2-74)$$

La parte de la Lagrangiana que depende de η es la parte de energía cinética de rotación, que tiene la siguiente expresión.

$$E_{c,rot}(\eta, \dot{\eta}) = \frac{1}{2} \vec{\Omega}^T I_G \vec{\Omega} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \frac{1}{2} (I_{xx} p^2 + I_{yy} q^2 + I_{zz} r^2) \quad (2-75)$$

La relación entre $[p \ q \ r]^T$ y $\dot{\eta} = [\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T$ aparece en la expresión (2-17). Desarrollando la expresión (2-74) obtenemos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}(\eta, \dot{\eta})}{\partial \phi} &= I_{yy} (-\dot{\psi} \dot{\theta} \cos \theta \sin^2 \phi + \dot{\psi} \dot{\theta} \cos \theta \cos^2 \phi + \dot{\psi}^2 \sin \phi \cos \phi \cos^2 \theta \\ &\quad - \dot{\theta}^2 \sin \phi \cos \phi) \\ &\quad + I_{zz} (-\dot{\psi}^2 \sin \phi \cos \phi \cos^2 \theta + \dot{\psi} \dot{\theta} \cos \theta \sin^2 \phi - \dot{\psi} \dot{\theta} \cos \theta \cos^2 \phi \\ &\quad + \dot{\theta}^2 \sin \phi \cos \phi) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}(\eta, \dot{\eta})}{\partial \theta} &= I_{xx} (-\dot{\psi} \dot{\phi} \cos \theta + \dot{\psi}^2 \cos \theta \sin \theta) \\ &\quad + I_{yy} (-\dot{\psi} \dot{\theta} \sin \phi \cos \phi \sin \theta - \dot{\psi}^2 \sin^2 \phi \cos \theta \sin \theta) \\ &\quad + I_{zz} (-\dot{\psi}^2 \sin \theta \cos \theta \cos^2 \phi + \dot{\psi} \dot{\theta} \sin \theta \sin \phi \cos \phi) \end{aligned} \quad (2-76)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}(\eta, \dot{\eta})}{\partial \psi} = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}(\eta, \dot{\eta})}{\partial \dot{\phi}} = I_{xx} (\dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}(\eta, \dot{\eta})}{\partial \dot{\theta}} &= \dot{\theta} (I_{yy} \cos^2 \phi + I_{zz} \sin^2 \phi) + \dot{\psi} (I_{yy} \cos \phi \sin \phi \cos \theta \\ &\quad - I_{zz} \cos \phi \sin \phi \cos \theta) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}(\eta, \dot{\eta})}{\partial \dot{\psi}} = -\dot{\phi} I_{xx} \sin \theta + \dot{\theta} (I_{yy} - I_{zz}) \cos \phi \sin \phi \cos \theta + \dot{\psi} (I_{xx} \sin^2 \theta + I_{yy} \sin^2 \phi \cos^2 \theta + I_{zz} \cos^2 \phi \cos^2 \theta)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}(\eta, \dot{\eta})}{\partial \dot{\phi}} \right) = I_{xx} (\ddot{\phi} - \ddot{\psi} \sin \theta - \dot{\psi} \dot{\theta} \cos \theta)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}(\eta, \dot{\eta})}{\partial \dot{\theta}} \right) &= I_{yy} (\ddot{\theta} \cos^2 \phi - 2\dot{\theta} \dot{\phi} \cos \phi \sin \phi + \ddot{\psi} \cos \phi \sin \phi \cos \theta \\ &\quad - \dot{\psi} \dot{\phi} \sin^2 \phi \cos \theta + \dot{\psi} \dot{\phi} \cos^2 \phi \cos \theta - \dot{\psi} \dot{\theta} \cos \phi \sin \phi \sin \theta) \\ &\quad + I_{zz} (\ddot{\theta} \sin^2 \phi + 2\dot{\theta} \dot{\phi} \cos \phi \sin \phi - \ddot{\psi} \cos \phi \sin \phi \cos \theta + \\ &\quad \dot{\psi} \dot{\phi} \sin^2 \phi \cos \theta - \dot{\psi} \dot{\phi} \cos^2 \phi \cos \theta + \dot{\psi} \dot{\theta} \cos \phi \sin \phi \sin \theta) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}(\eta, \dot{\eta})}{\partial \dot{\psi}} \right) &= I_{xx} (-\ddot{\phi} \sin \theta - \dot{\phi} \dot{\theta} \cos \theta + \ddot{\psi} \sin^2 \theta + 2\dot{\psi} \dot{\theta} \sin \theta \cos \theta) \\ &\quad + I_{yy} (\ddot{\theta} \cos \phi \sin \phi \cos \theta - \dot{\theta} \dot{\phi} \sin^2 \phi \cos \theta + \dot{\theta} \dot{\phi} \cos^2 \phi \cos \theta \\ &\quad - \dot{\theta}^2 \cos \phi \sin \phi \sin \theta + \ddot{\psi} \sin^2 \phi \cos^2 \theta + 2\dot{\psi} \dot{\phi} \sin \phi \cos \phi \cos^2 \theta \\ &\quad - 2\dot{\psi} \dot{\theta} \sin^2 \phi \cos \theta \sin \theta) + I_{zz} (-\ddot{\theta} \cos \phi \sin \phi \cos \theta \\ &\quad + \dot{\theta} \dot{\phi} \sin^2 \phi \cos \theta - \dot{\theta} \dot{\phi} \cos^2 \phi \cos \theta + \dot{\theta}^2 \cos \phi \sin \phi \sin \theta \\ &\quad + \ddot{\psi} \cos^2 \phi \cos^2 \theta - 2\dot{\psi} \dot{\phi} \cos \phi \sin \phi \cos^2 \theta - 2\dot{\psi} \dot{\theta} \cos^2 \phi \cos \theta \sin \theta) \end{aligned}$$

Reescribiendo las ecuaciones de Lagrange para la dinámica de rotación, pero para las coordenadas generalizadas $\eta = [\phi \quad \theta \quad \psi]^T$, tenemos:

$$\begin{bmatrix} \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}(\eta, \dot{\eta})}{\partial \dot{\phi}} - \frac{\partial \mathcal{L}(\eta, \dot{\eta})}{\partial \phi} \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}(\eta, \dot{\eta})}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial \mathcal{L}(\eta, \dot{\eta})}{\partial \theta} \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}(\eta, \dot{\eta})}{\partial \dot{\psi}} - \frac{\partial \mathcal{L}(\eta, \dot{\eta})}{\partial \psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} \quad (2-77)$$

Las ecuaciones para la dinámica de rotación se pueden presentar de la siguiente forma:

$$M(\eta) \ddot{\eta} + C(\eta, \dot{\eta}) \dot{\eta} = \tau_\eta \quad (2-78)$$

donde:

$$M(\eta) = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & -I_{xx} \sin \theta \\ 0 & I_{yy} \cos^2 \phi + I_{zz} \sin^2 \phi & (I_{yy} - I_{zz}) \cos \phi \sin \phi \cos \theta \\ -I_{xx} \sin \theta & (I_{yy} - I_{zz}) \cos \phi \sin \phi \cos \theta & I_{xx} \sin^2 \theta + I_{yy} \sin^2 \phi \cos^2 \theta + I_{zz} \cos^2 \phi \cos^2 \theta \end{bmatrix}$$

$$C(\eta, \dot{\eta}) = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \quad (2-79)$$

donde las componentes de $C(\eta, \dot{\eta})$ son:

$$\begin{aligned}
c_{11} &= 0 \\
c_{12} &= (I_{yy} - I_{zz})(\dot{\theta} \cos \phi \sin \phi + \dot{\psi} \sin^2 \phi \cos \theta) + (I_{zz} - I_{yy})\dot{\psi} \cos^2 \phi \cos \theta \\
&\quad - I_{xx}\dot{\psi} \cos \theta \\
c_{13} &= (I_{zz} - I_{yy})\dot{\psi} \cos \phi \sin \phi \cos^2 \theta \\
c_{21} &= (I_{zz} - I_{yy})(\dot{\theta} \cos \phi \sin \phi + \dot{\psi} \sin^2 \phi \cos \theta) + (I_{yy} - I_{zz})\dot{\psi} \cos^2 \phi \cos \theta \\
&\quad + I_{xx}\dot{\psi} \cos \theta \\
c_{22} &= (I_{zz} - I_{yy})\dot{\phi} \cos \phi \sin \phi \\
c_{23} &= -I_{xx}\dot{\psi} \cos \theta \sin \theta + I_{yy}\dot{\psi} \sin^2 \phi \cos \theta \sin \theta + I_{zz}\dot{\psi} \cos^2 \phi \sin \theta \cos \theta \\
c_{31} &= (I_{yy} - I_{zz})\dot{\psi} \cos \phi \sin \phi \cos^2 \theta - I_{xx}\dot{\theta} \cos \theta \\
c_{32} &= (I_{zz} - I_{yy})(\dot{\theta} \cos \phi \sin \phi \sin \theta + \dot{\phi} \sin^2 \phi \cos \theta) + (I_{yy} - I_{zz})\dot{\phi} \cos^2 \phi \cos \theta \\
&\quad + I_{xx}\dot{\psi} \cos \theta \sin \theta - I_{yy}\dot{\psi} \sin^2 \phi \cos \theta \sin \theta - I_{zz}\dot{\psi} \cos^2 \phi \sin \theta \cos \theta \\
c_{33} &= (I_{yy} - I_{zz})\dot{\phi} \cos \phi \sin \phi \cos^2 \theta - I_{yy}\dot{\theta} \sin^2 \phi \cos \theta \sin \theta \\
&\quad - I_{zz}\dot{\theta} \cos^2 \phi \sin \theta \cos \theta + I_{xx}\dot{\theta} \cos \theta \sin \theta
\end{aligned} \tag{2-80}$$

2.5 Particularización para un hexarotor de hélices coplanarias.

En el capítulo de control (capítulo 3), se probará también el control de un hexarotor convencional, es decir, con hélices coplanarias. Por lo tanto, resulta interesante particularizar las expresiones anteriores para el caso de un hexarotor convencional ($\alpha = \beta = 0$).

2.5.1 Generación de fuerzas y momentos.

En primer lugar, se particularizará la matriz que relaciona fuerzas y momentos con las velocidades de rotación (ver expresión (2-43) y (2-44)). Sustituyendo ($\alpha = \beta = 0$) se obtiene:

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \\ \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = M(0,0) \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \\ \omega_5^2 \\ \omega_6^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \cdot b \\ G \cdot L \cdot b + H \cdot k_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \\ \omega_5^2 \\ \omega_6^2 \end{bmatrix} \tag{2-81}$$

Siendo M una matriz 6x6, y las matrices A, G y H las siguientes matrices 3x3:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ -1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{2-82}$$

Finalmente, queda la siguiente matriz:

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \\ \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b & b & b & b & b & b \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2}Lb & \frac{\sqrt{3}}{2}Lb & 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2}Lb & -\frac{\sqrt{3}}{2}Lb \\ -Lb & -\frac{1}{2}Lb & \frac{1}{2}Lb & Lb & \frac{1}{2}Lb & -\frac{1}{2}Lb \\ -k_f & k_f & -k_f & k_f & -k_f & k_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \\ \omega_5^2 \\ \omega_6^2 \end{bmatrix} \quad (2-83)$$

Se puede observar como las fuerzas en los ejes x e y son nulas. Por lo tanto, se sustituirá $f_x = f_y = 0$ en las ecuaciones de movimiento.

Además, la matriz 6x6 que relaciona las fuerzas y momentos con las velocidades no tiene rango completo, por lo tanto, no tiene inversa. Esto implica que, dado un vector de fuerza (fuerza en z) y momentos, existe más de una solución de velocidades que generan dichas fuerza y momentos. Para obtener una de las soluciones, se usará la pseudo-inversa. La matriz 6x6 se puede expresar como una matriz 4x6 de rango completo. La pseudo inversa de dicha matriz 4x6 es:

$$\begin{bmatrix} f_z \\ \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & b & b & b & b & b \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2}Lb & \frac{\sqrt{3}}{2}Lb & 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2}Lb & -\frac{\sqrt{3}}{2}Lb \\ -Lb & -\frac{1}{2}Lb & \frac{1}{2}Lb & Lb & \frac{1}{2}Lb & -\frac{1}{2}Lb \\ -k_f & k_f & -k_f & k_f & -k_f & k_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \\ \omega_5^2 \\ \omega_6^2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \\ \omega_5^2 \\ \omega_6^2 \end{bmatrix} = \frac{1}{6Lb} \begin{bmatrix} L & 0 & -2 & -\frac{Lb}{k} \\ L & \sqrt{3} & -1 & \frac{Lb}{k} \\ L & \sqrt{3} & 1 & -\frac{Lb}{k} \\ L & 0 & 2 & \frac{Lb}{k} \\ L & -\sqrt{3} & 1 & -\frac{Lb}{k} \\ L & -\sqrt{3} & -1 & \frac{Lb}{k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_z \\ \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} \quad (2-84)$$

2.5.2 Ecuaciones de movimiento

Las ecuaciones de movimiento para un hexarotor convencional y un hexarotor de hélices no coplanarias son las mismas, ya que está descritas como las ecuaciones de movimiento de un sólido rígido sujeto a una serie de fuerzas y momentos. Sin embargo, las fuerzas y pares de actuación sobre dicho sólido rígido varían: para el caso de un hexarotor de hélices inclinadas se pueden aplicar hasta tres fuerzas y tres momentos (uno en cada eje) y para el caso de un hexarotor de hélices coplanarias se pueden aplicar una fuerza perpendicular al plano del hexarotor y tres momentos.

Por lo tanto, se sustituirá $f_x = f_y = 0$ en las ecuaciones de movimiento de un hexarotor de hélices no coplanarias (ver expresión (2-60)), particularizando así para un hexarotor convencional

$$\dot{\zeta} = \begin{cases} \dot{x} = u \\ \dot{y} = v \\ \dot{z} = w \\ \dot{u} = \frac{f_z}{m} (\cos \psi \sin \theta \sin \phi + \sin \psi \sin \phi) \\ \dot{v} = + \frac{f_z}{m} (\sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi) \\ \dot{w} = -g + \frac{f_z}{m} (\cos \theta \cos \phi) \\ \dot{\phi} = p + q \sin \phi \tan \theta + r \cos \phi \tan \theta \\ \dot{\theta} = q \cos \theta - r \sin \phi \\ \dot{\psi} = q \sin \phi \sec \theta + r \cos \phi \sec \theta \\ \dot{p} = \frac{\tau_\phi}{I_{xx}} + qr \frac{(I_{yy} - I_{zz})}{I_{xx}} \\ \dot{q} = \frac{\tau_\theta}{I_{yy}} + pr \frac{(I_{zz} - I_{xx})}{I_{yy}} \\ \dot{r} = \frac{\tau_\psi}{I_{zz}} + pq \frac{(I_{xx} - I_{yy})}{I_{zz}} \end{cases} \quad (2-85)$$

2.6 Resumen del modelo.

De las ecuaciones de movimiento anteriormente obtenidas, se pueden sacar diferentes conclusiones. En primer lugar, se puede ver como el control de posición depende del control de actitud.

Para un hexarotor convencional (las seis hélices coplanarias) para poder controlar la posición y orientación se tienen un vector de actuación de cuatro componentes: un empuje y los tres pares. Por lo tanto, para controlar la posición en el plano XY se necesita variar el ángulo de orientación, consiguiendo así que la fuerza en Z se proyecte en el plano XY. Esto queda reflejado en el siguiente esquema.

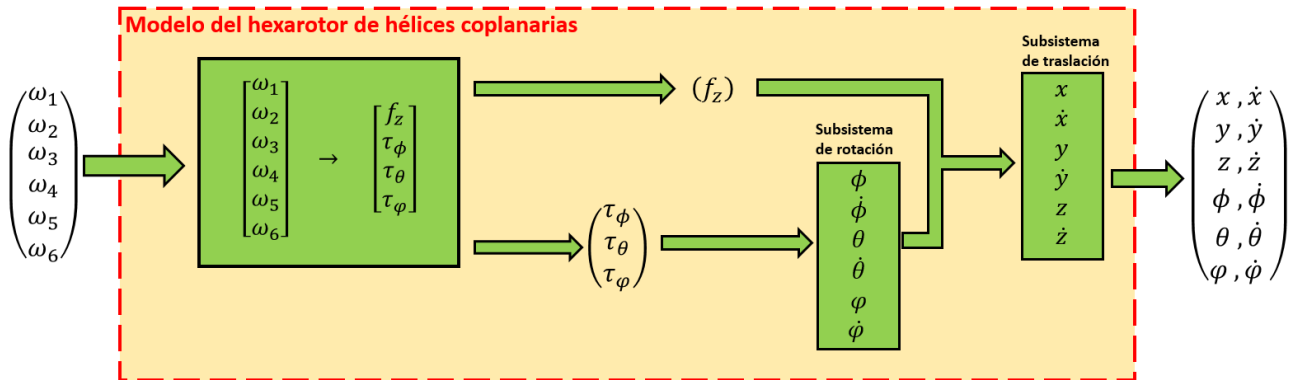


Figura 2-10. Sistema de un hexarotor de hélices coplanarias.

Sin embargo, para el montaje no coplanario se pueden generar fuerzas en el plano, por lo tanto, se tiene un vector de actuación de seis componentes: tres fuerzas y tres pares. El control de traslación sigue dependiendo del control de actitud, sin embargo, ahora se puede actuar en el movimiento XY de dos formas: mediante el subsistema de rotación o mediante las fuerzas generadas por los rotores. Todo esto se puede ver en la siguiente imagen:

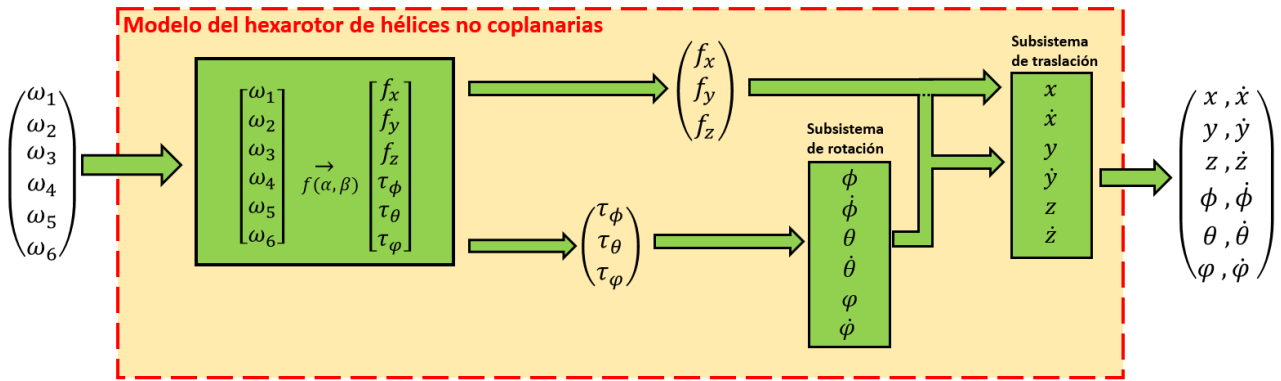


Figura 2-11. Sistema de un hexarotor de hélices no coplanarias.

3 CONTROL

El siguiente paso tras obtener el modelo del hexarotor es la construcción de un modelo en MATLAB-Simulink, para poder diferenciar diferentes controladores. El modelo de Simulink, de forma simplificada, seguiría el mismo esquema que el diagrama de bloques de la Figura 3-1.

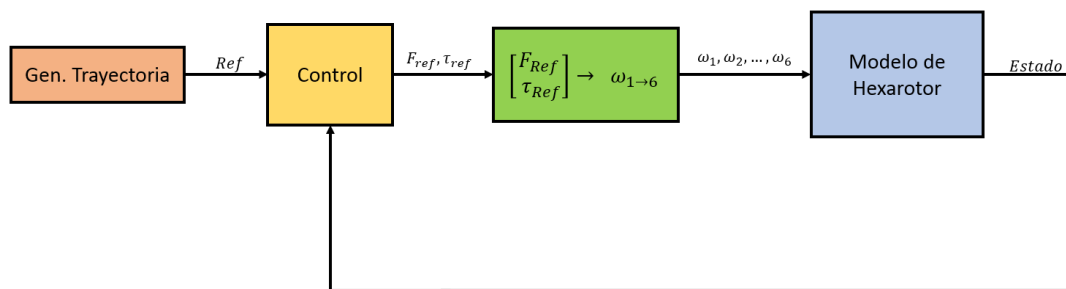


Figura 3-1. Diagramas de bloque del modelo.

En este apartado, se probarán diferentes controladores a través de ensayos realizados en el modelo de MATLAB-Simulink del hexarotor. En primer lugar, se controlará el sistema mediante un PID en cada variable a controlar, es decir, tres PIDs para la posición y tres PIDs en cascada para la orientación. Después, el controlador anterior se modificará el control de posicionamiento por tres PIDs en cascada, en lugar, de tres PIDs.

A continuación, se implementará un control geométrico desarrollado en [5], sin tener en cuenta las correcciones debido a que la fuerza no sea realizable.

Finalmente, se desarrollará un control geométrico, pero añadiendo la posibilidad de corregir la orientación del hexarotor si la fuerza no es realizable. Este control ha sido desarrollado en [5], y le podríamos llamar control geométrico corrector, para diferenciarlo del anterior.

A la hora de simular, es necesario tener diversos datos: masa del hexarotor, inercias, velocidades máximas de los rotores, ... Se han tomado los siguientes valores:

- Masa total: 4 kg.
- Los valores de la matriz de inercia se han tomado de [5].
- Velocidad máxima del rotor, obtenida de la hoja de características de los motores (6500 rpm)
- Longitud desde el rotor al centro de masas: 0.5 m, obtenido viendo frames comerciales.
- Factor de empuje tomado de las hojas características de los motores, y el factor de arrastre obtenido de [5].
- Ángulos de inclinación de las hélices (si no se especifica el valor): $\alpha=\beta=20^\circ$.

3.1 Control PID.

Para este control, se usa un PID en cada variable a controlar: tres PID's para controlar la posición (x, y, z) y tres PID's para controlar la orientación (ϕ, θ, ψ). Para la orientación, se usará un control en cascada, ya que da buenos resultados. El esquema del control en cascada se puede ver en la Figura 3-2. Se puede ver como el error en orientación se calcula como la diferencia entre el ángulo de referencia y el ángulo real. En el control geométrico y el control geométrico corrector no se calculará de esta forma.

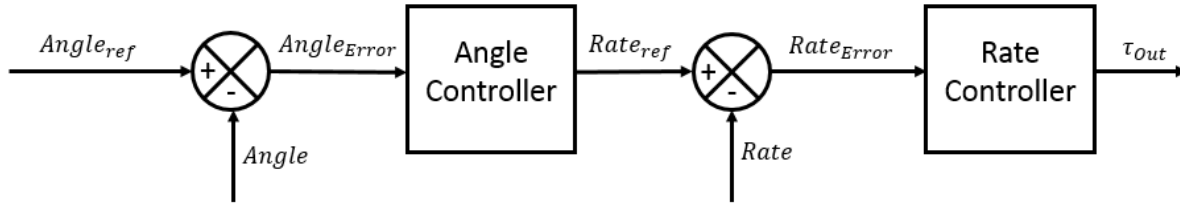


Figura 3-2. Controlador en cascada.

De manera orientativa, el diagrama de bloques del sistema y el controlador se puede ver en la Figura 3-3.

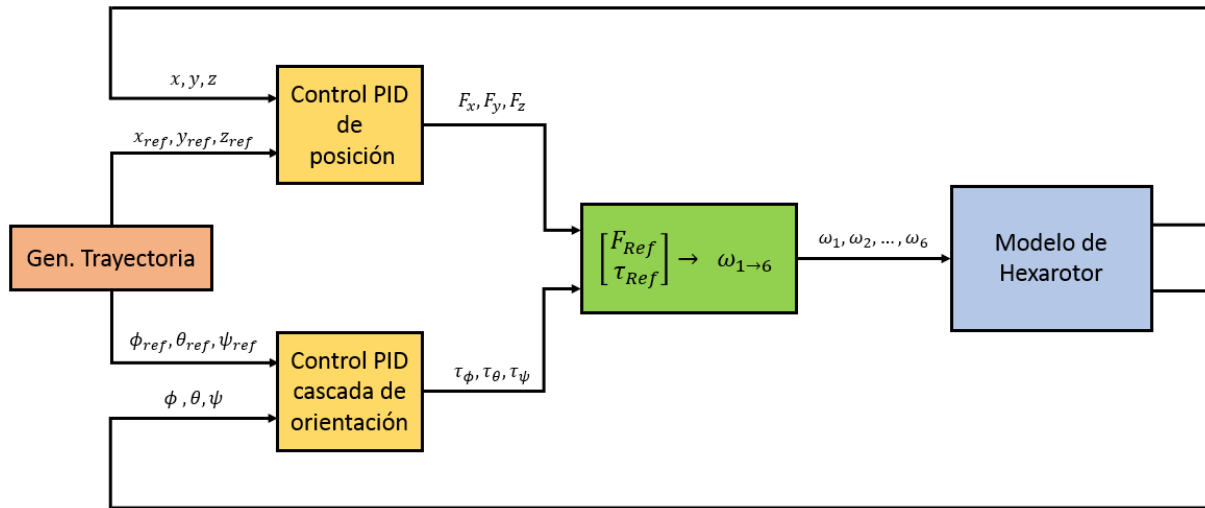


Figura 3-3. Diagrama de bloques para control PID.

Hay que destacar que las fuerzas F_{ref} y momentos τ_{ref} no tienen por qué ser generables. En el caso de que no sean generables, la resolución del sistema 6×6 que relaciona fuerzas y pares con las velocidades de giros de los rotores, daría alguna velocidad o más fuera de su rango ($0 < \omega < \omega_{Max}$). Si esto ocurre, las velocidades se saturarán a sus límites, es decir, a 0 (límite inferior) y a ω_{Max} (límite superior).

Por lo tanto, las fuerzas y momentos que generan los rotores del hexarotor no tienen por qué coincidir con las fuerzas y momentos calculados por los controladores.

Se realizarán diferentes ensayos para probar el buen funcionamiento del controlador. En primer lugar, se realizará un movimiento desde la posición (0,0,1) hasta la posición (3,3,4), teniendo una referencia nula en todos los ángulos de orientación. A continuación, se mantendrá el hexarotor en hover, y se le pasará unos ángulos de orientación no nulos. Finalmente, se probará una trayectoria circular ascendente.

- Simulación 1: de $(x,y,z)=(0,0,1)$ a $(x,y,z)=(3,3,4)$ en 9 segundos, y sin cambio de orientación.

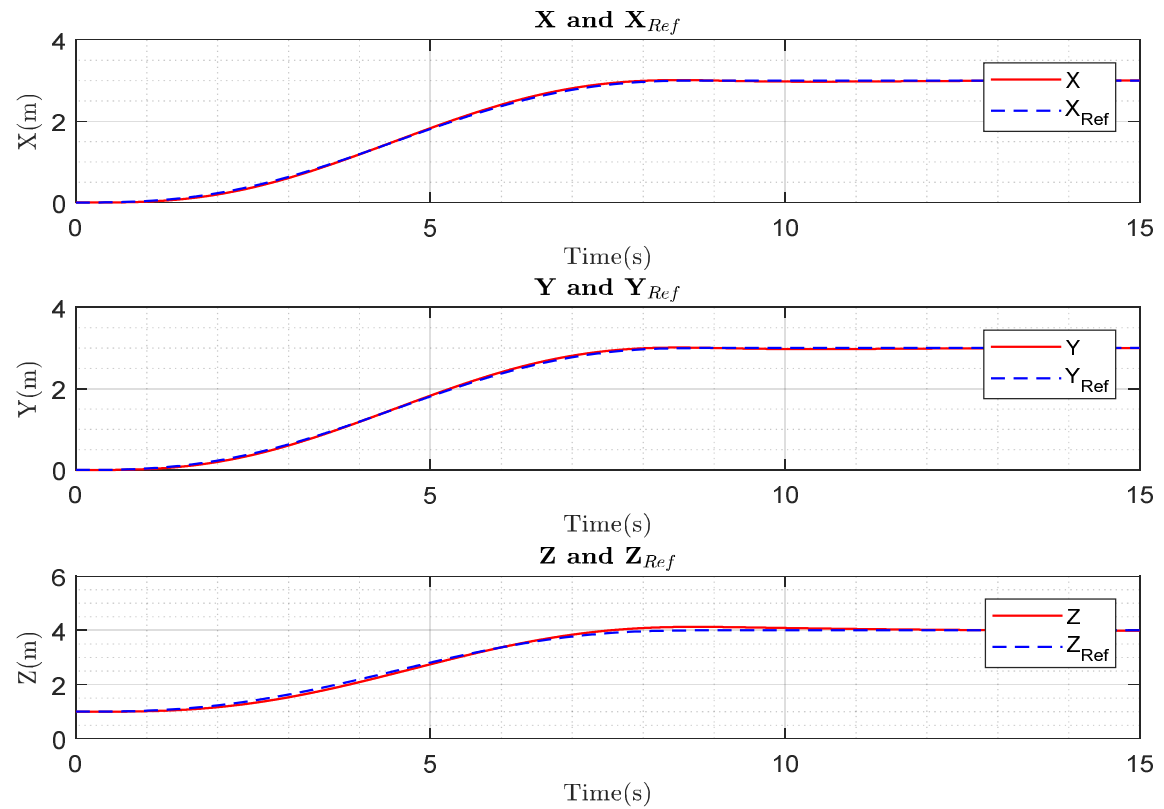


Figura 3-4. Control PID: simulación 1, posición.

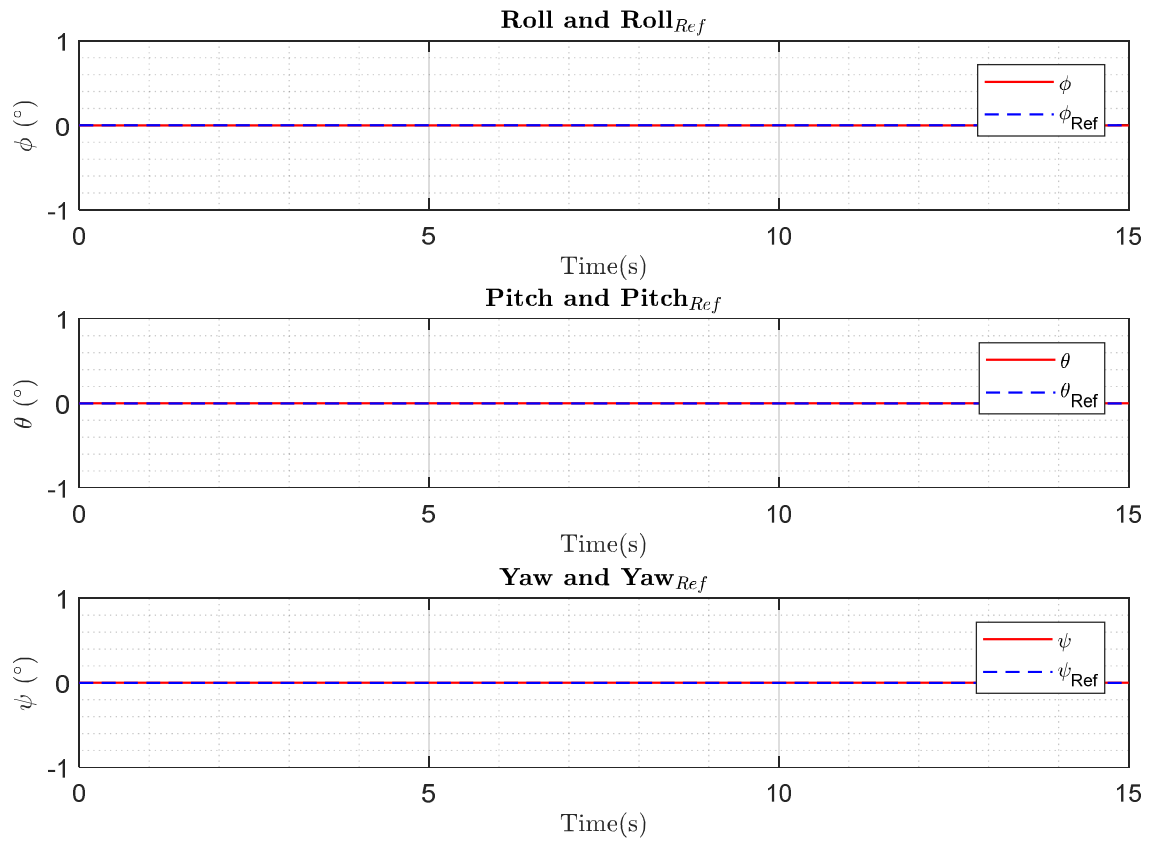


Figura 3-5. Control PID: simulación 1, orientación.

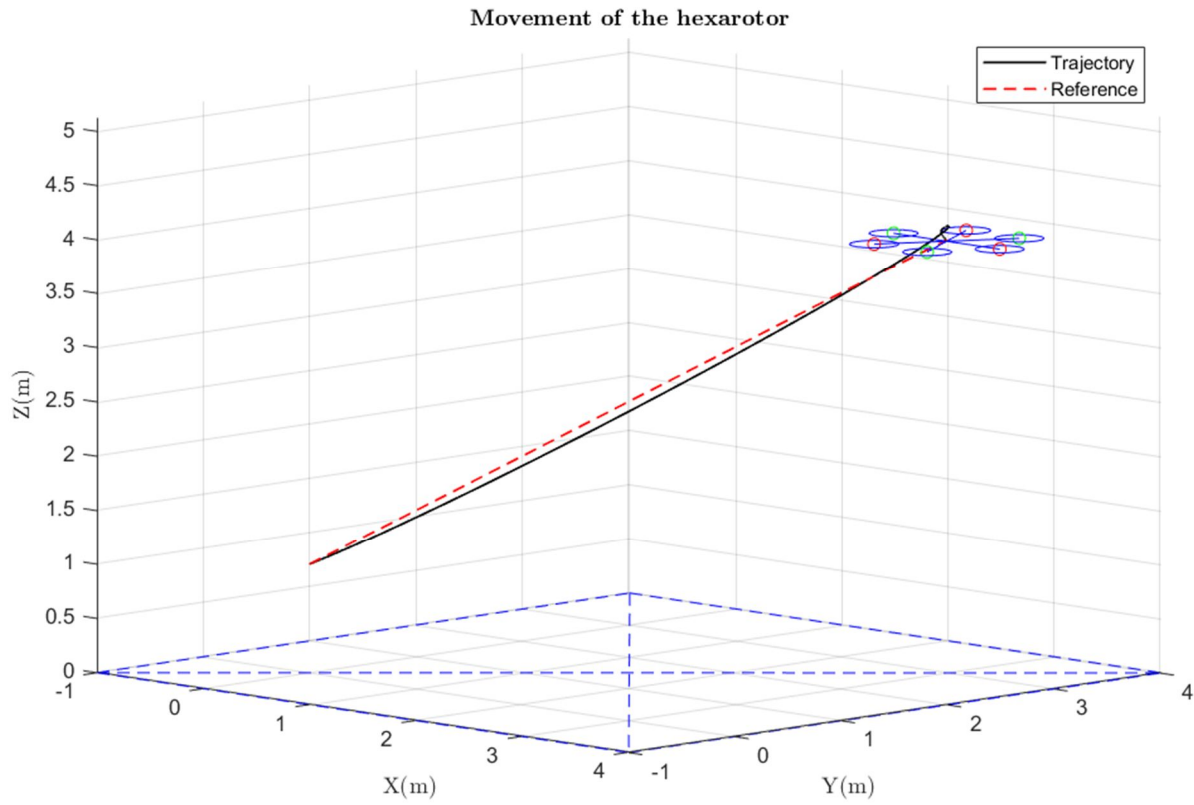


Figura 3-6. Control PID: simulación 1, vista 3D.

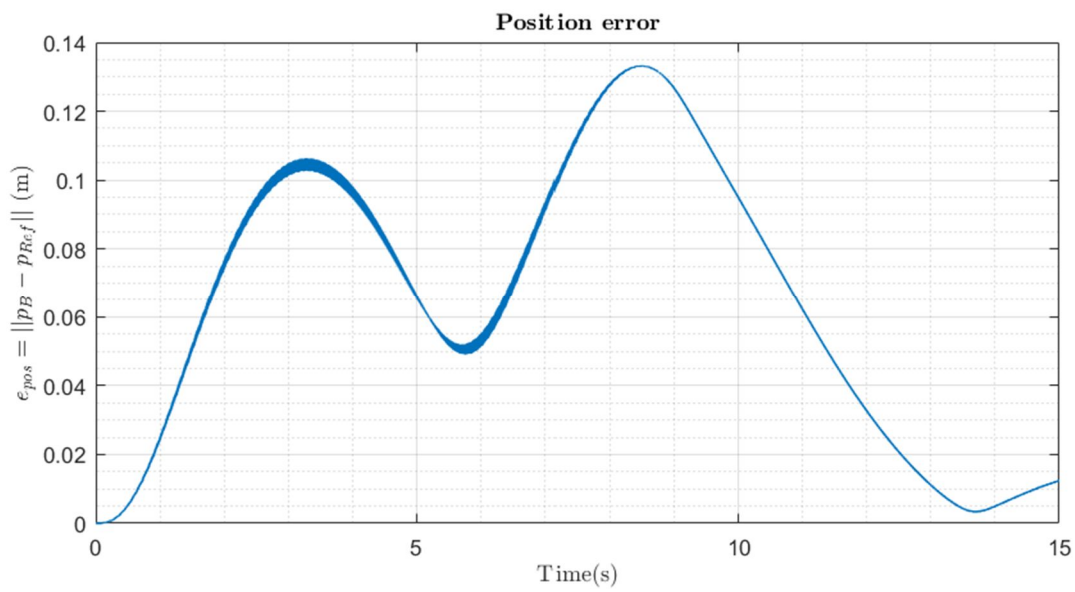


Figura 3-7. Control PID: simulación 1, error en posición.

Se puede ver como el hexarotor sigue de forma adecuada la trayectoria de referencia, pero con algo de error.

- Simulación 2: de $(\phi, \theta, \psi) = (0,0,0)$ a $(\phi, \theta, \psi) = (5,5,10)$, sin cambio de posición.

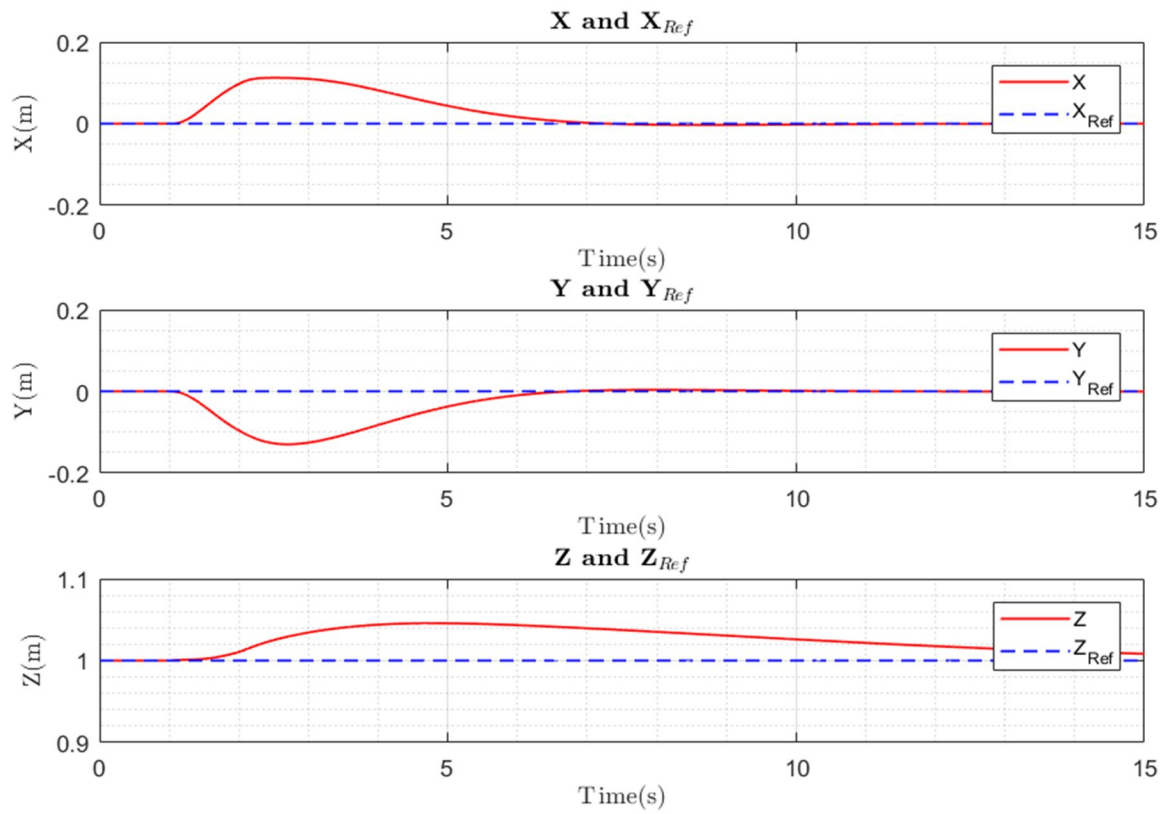


Figura 3-8. Control PID: simulación 2, posición.

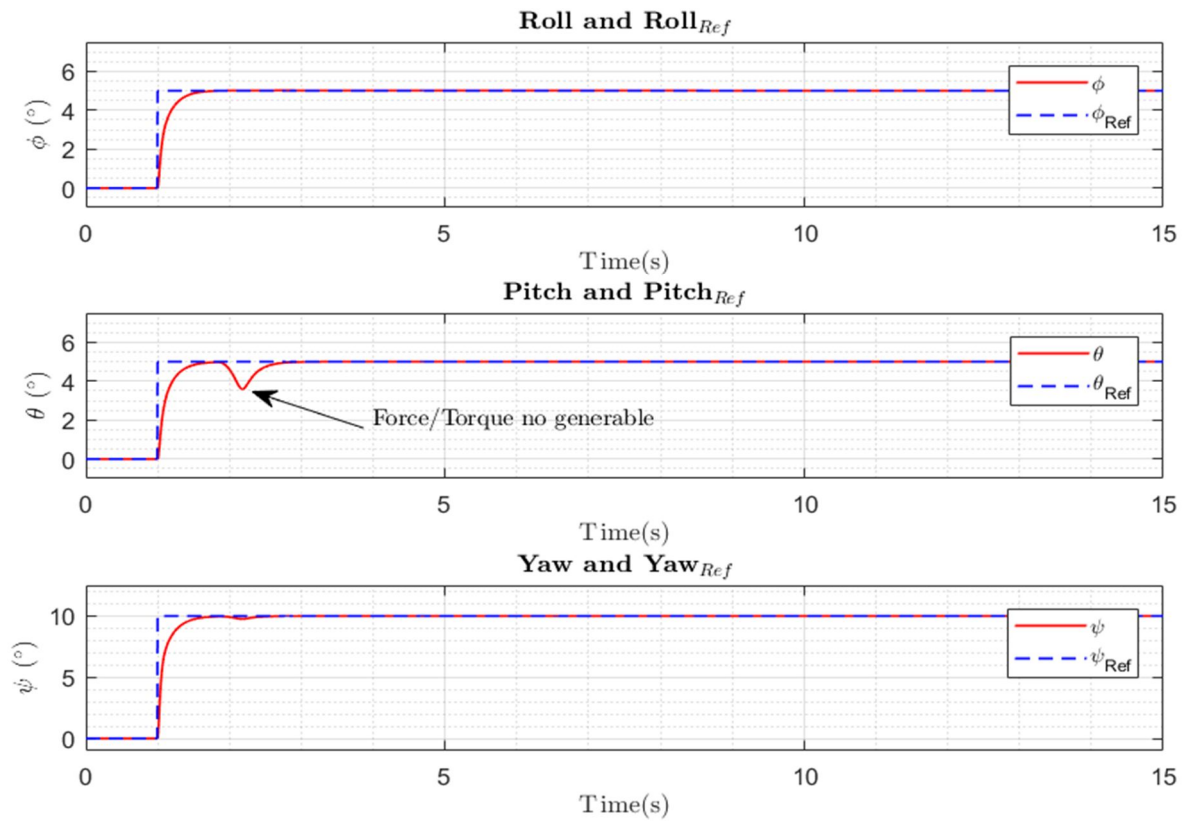


Figura 3-9. Control PID: simulación 2, orientación.

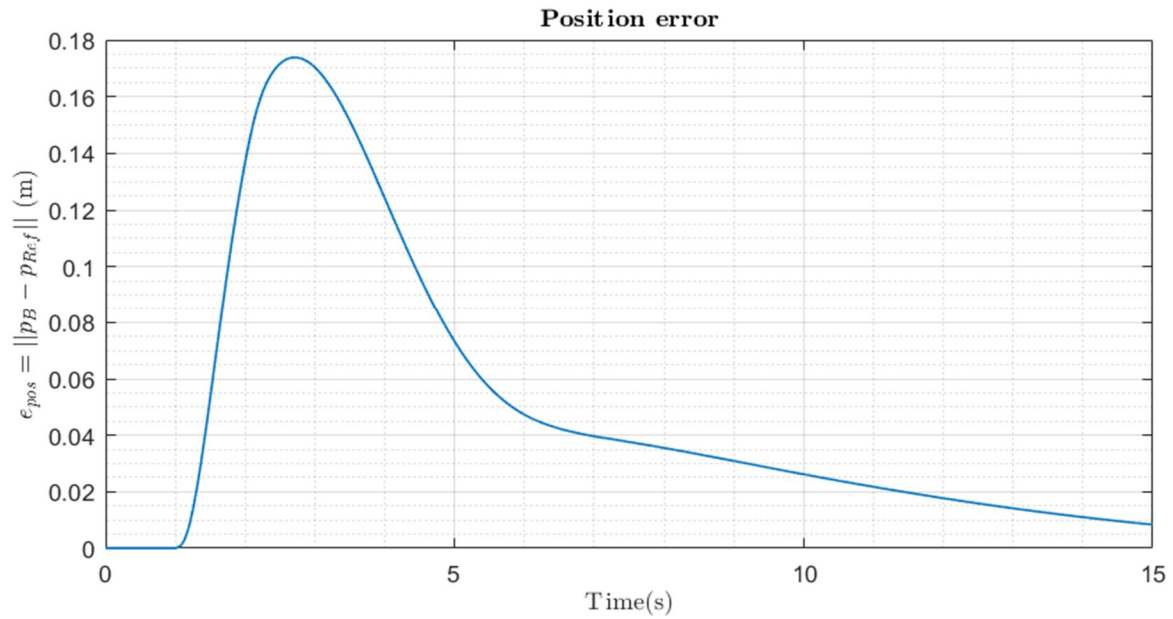


Figura 3-10. Control PID: simulación 2, error en posición.

Vemos como llega a la referencia de orientación, aunque en pitch cae algo, debido a que el vector de fuerzas/pares obtenido por el controlador no es generable y se deja de controlar, por un momento, el ángulo de pitch.

- Simulación 3: trayectoria circular ascendente, sin cambio de orientación.

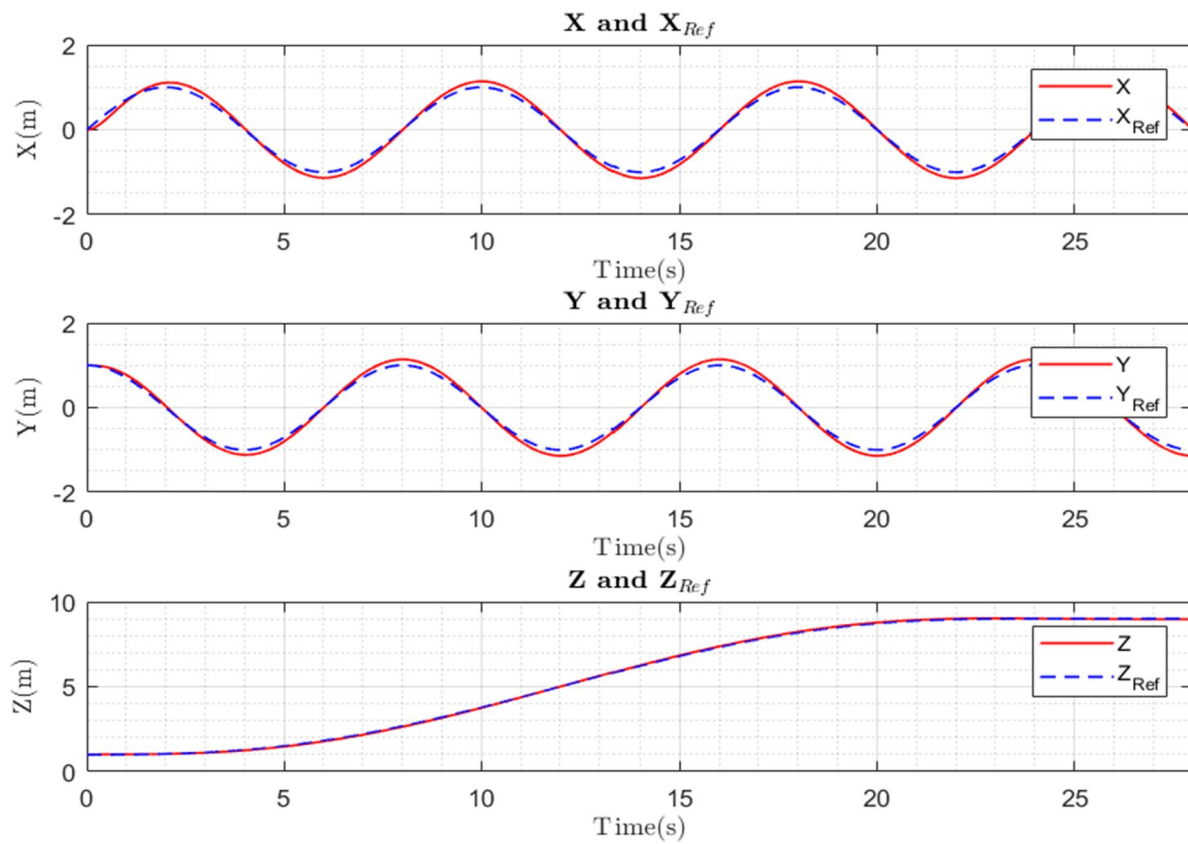


Figura 3-11. Control PID: simulación 3, posición.

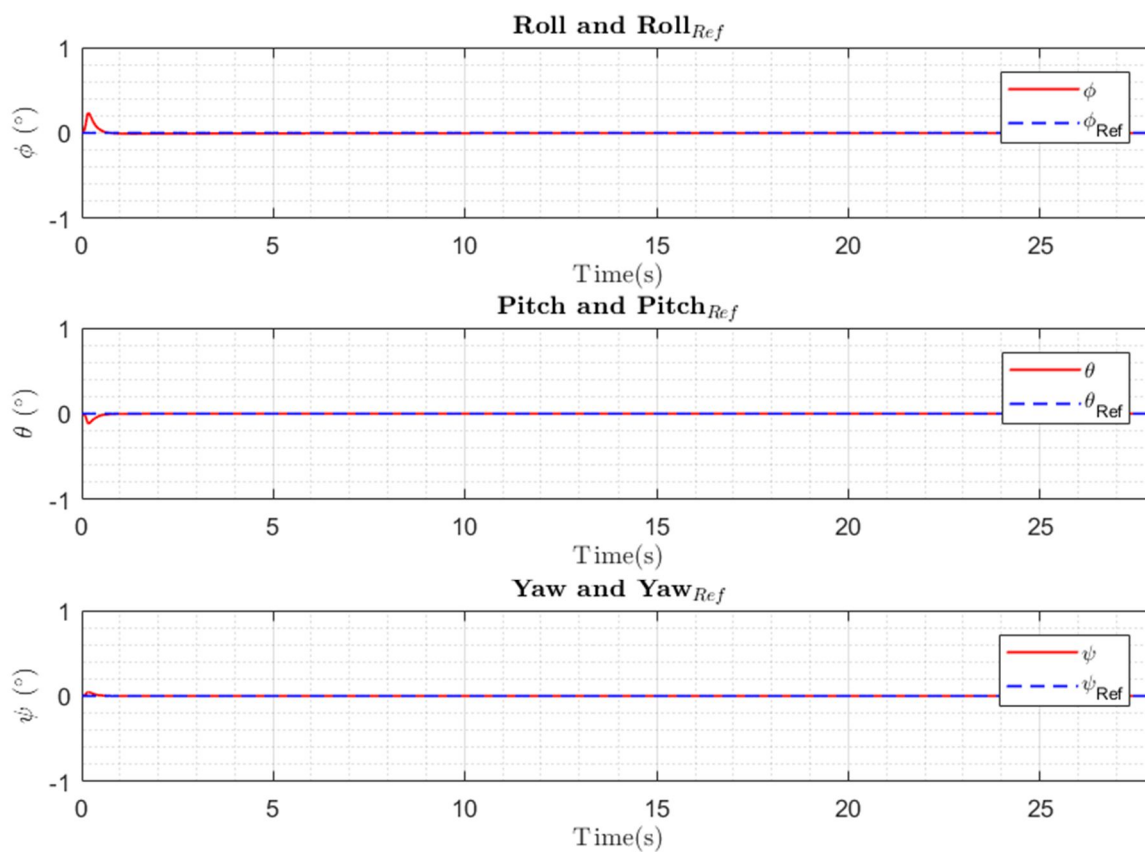


Figura 3-12. Control PID: simulación 3, orientación.

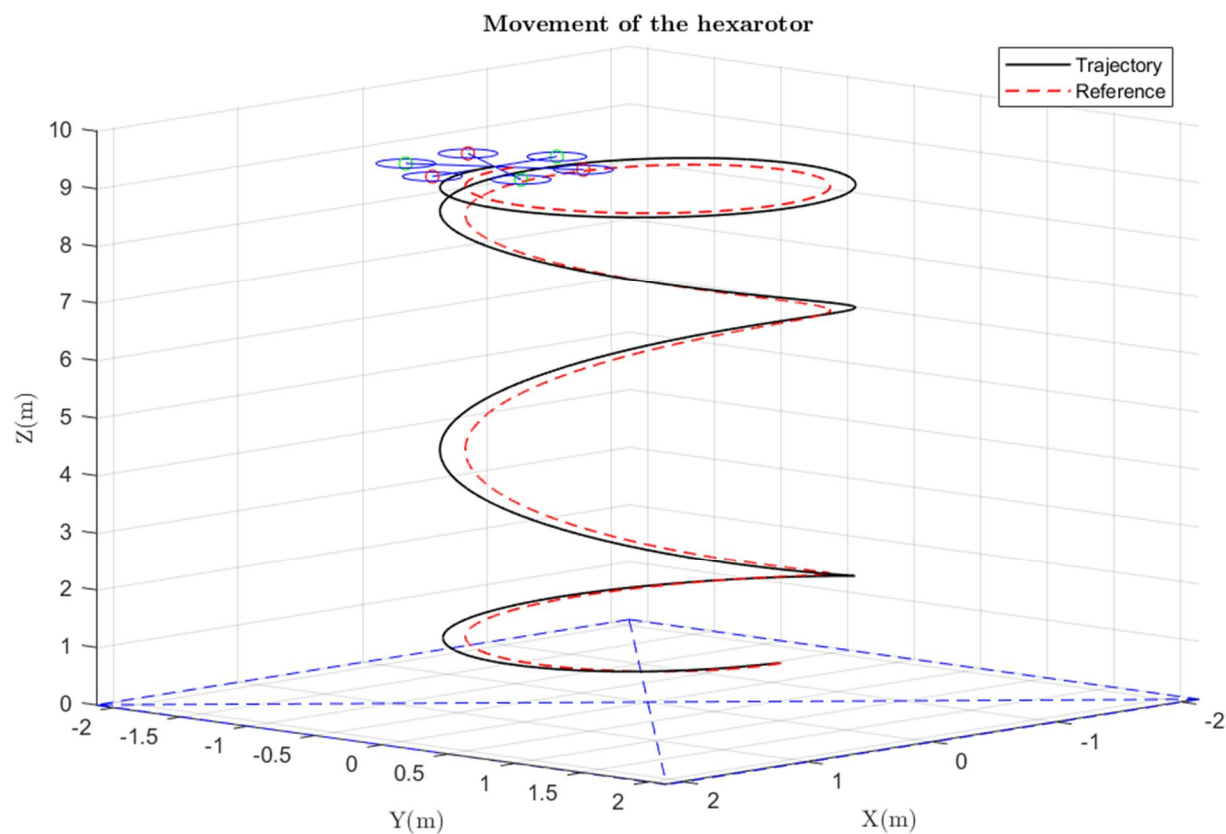


Figura 3-13. Control PID: simulación 3, vista 3D.

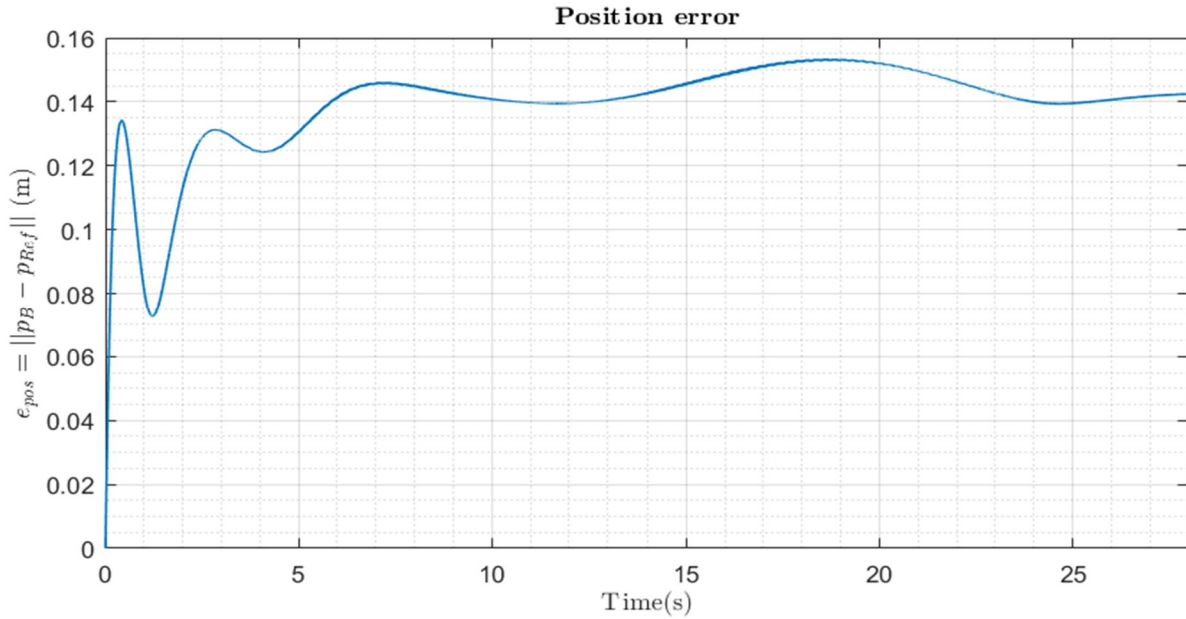


Figura 3-14. Control PID: simulación 3, error en posición.

Vemos como sigue aproximadamente la trayectoria, aunque vuelve a haber un error de posición.

3.2 Control PID en cascada.

A continuación, se sustituirá el control PID en posición por un control PID en cascada. El diagrama de bloque para este caso se puede ver en la Figura 3-15.

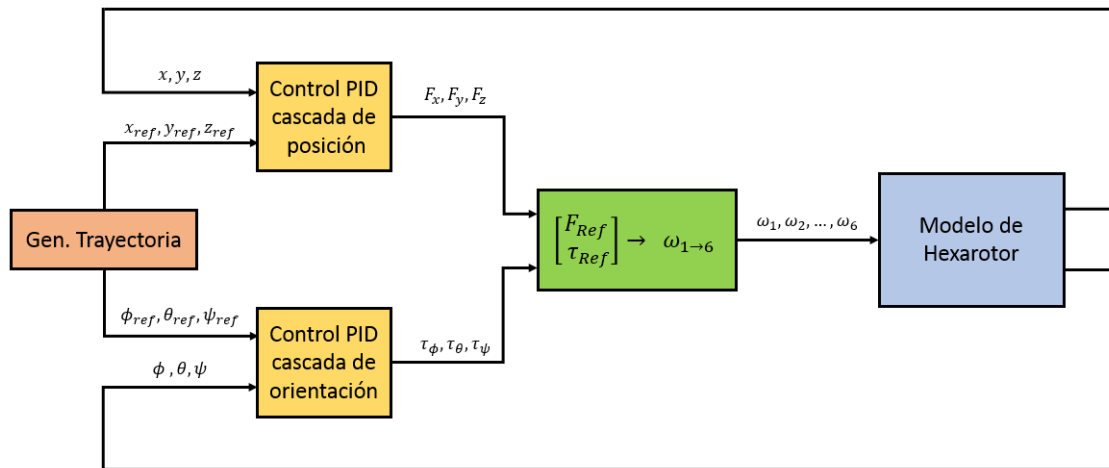


Figura 3-15. Diagrama de bloques para control PID en cascada.

El esquema de control en cascada para la posición es igual que el esquema de la Figura 3-2, pero con posiciones y velocidades lineales en vez de ángulos y velocidades angulares. Se realizarán las mismas simulaciones que el apartado anterior.

- Simulación 1: de $(x,y,z)=(0,0,1)$ a $(x,y,z)=(3,3,4)$ en 9 segundos, y sin cambio de orientación.

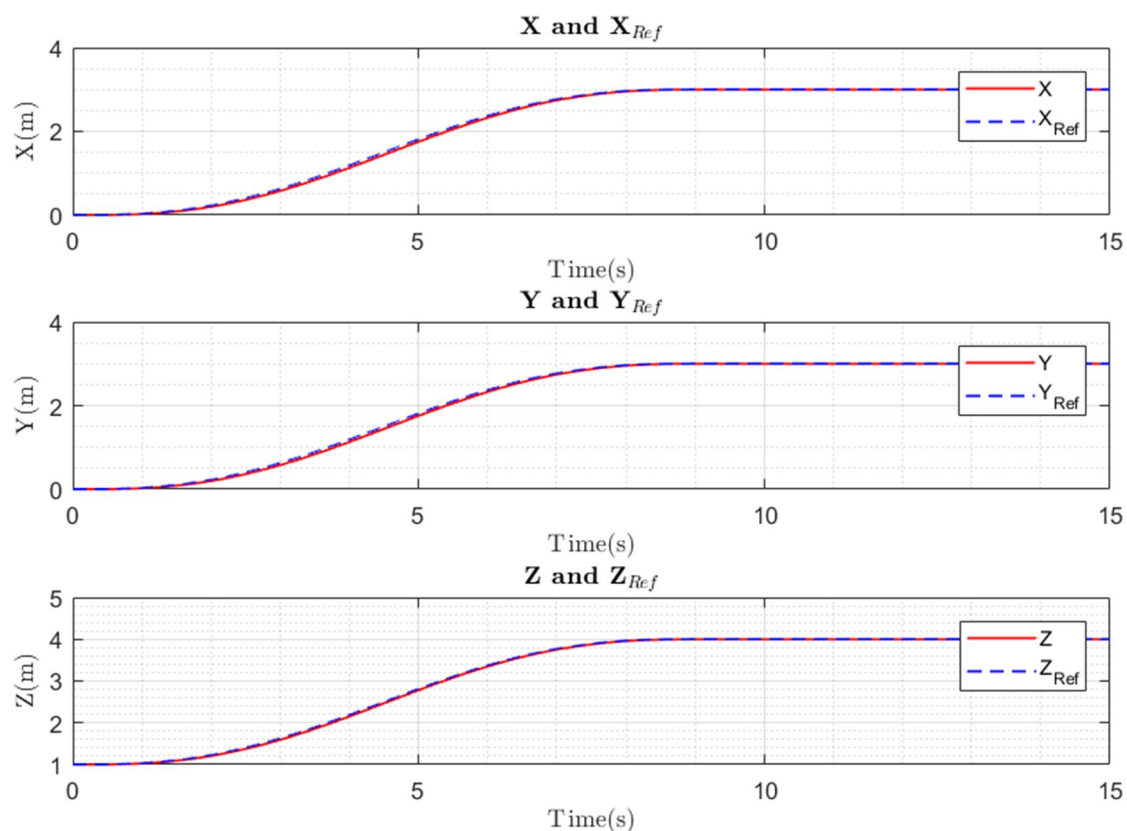


Figura 3-16. Control PID en cascada: simulación 1, posición.

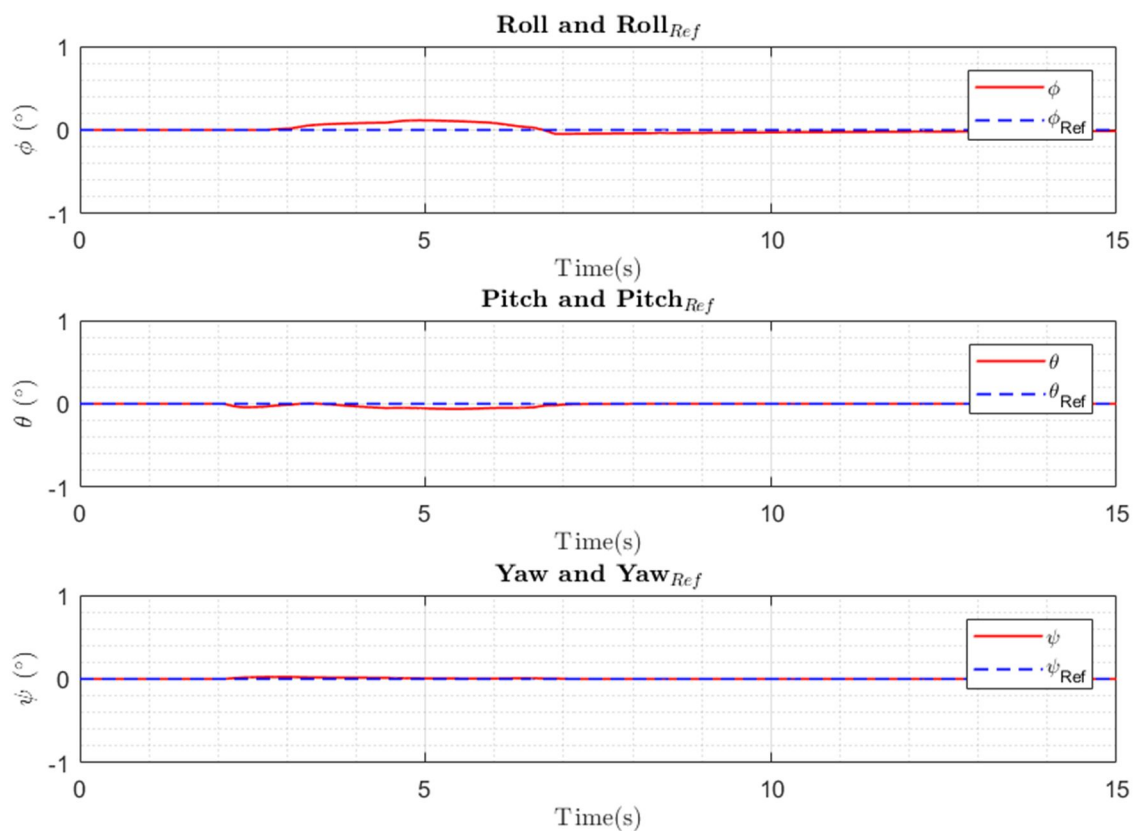


Figura 3-17. Control PID en cascada: simulación 1, orientación.

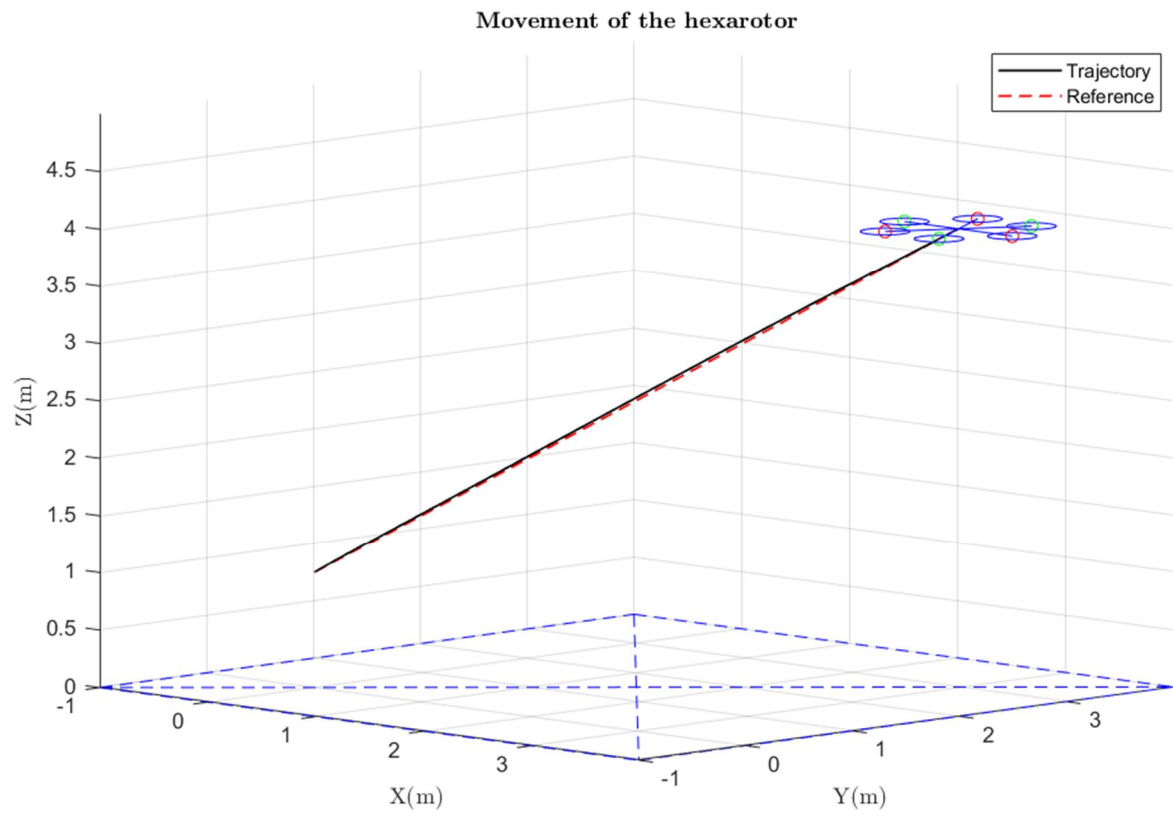


Figura 3-18. Control PID en cascada: simulación 1, 3D.

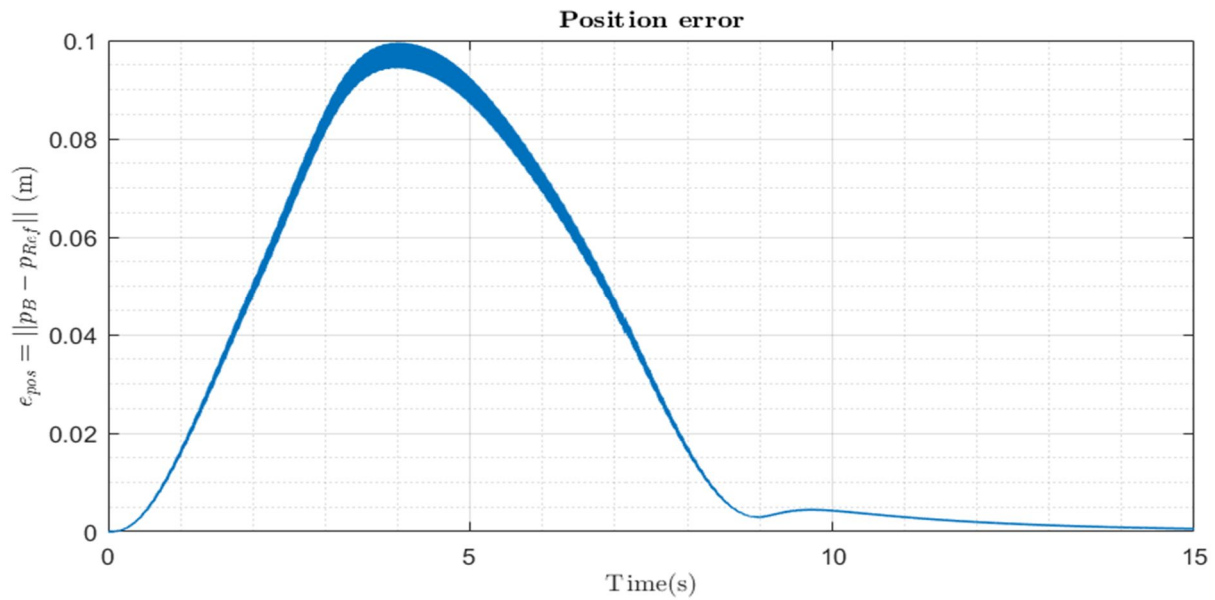


Figura 3-19. Control PID en cascada: simulación 1, error en posición.

Se puede ver como se sigue la referencia. Además, comparando la Figura 3-19 con la Figura 3-7 se puede ver como se sigue de mejor forma con el control PID en cascada que con el control PID.

- Simulación 2: de $(\phi, \theta, \psi) = (0,0,0)$ a $(\phi, \theta, \psi) = (5,5,10)$, sin cambio de posición.

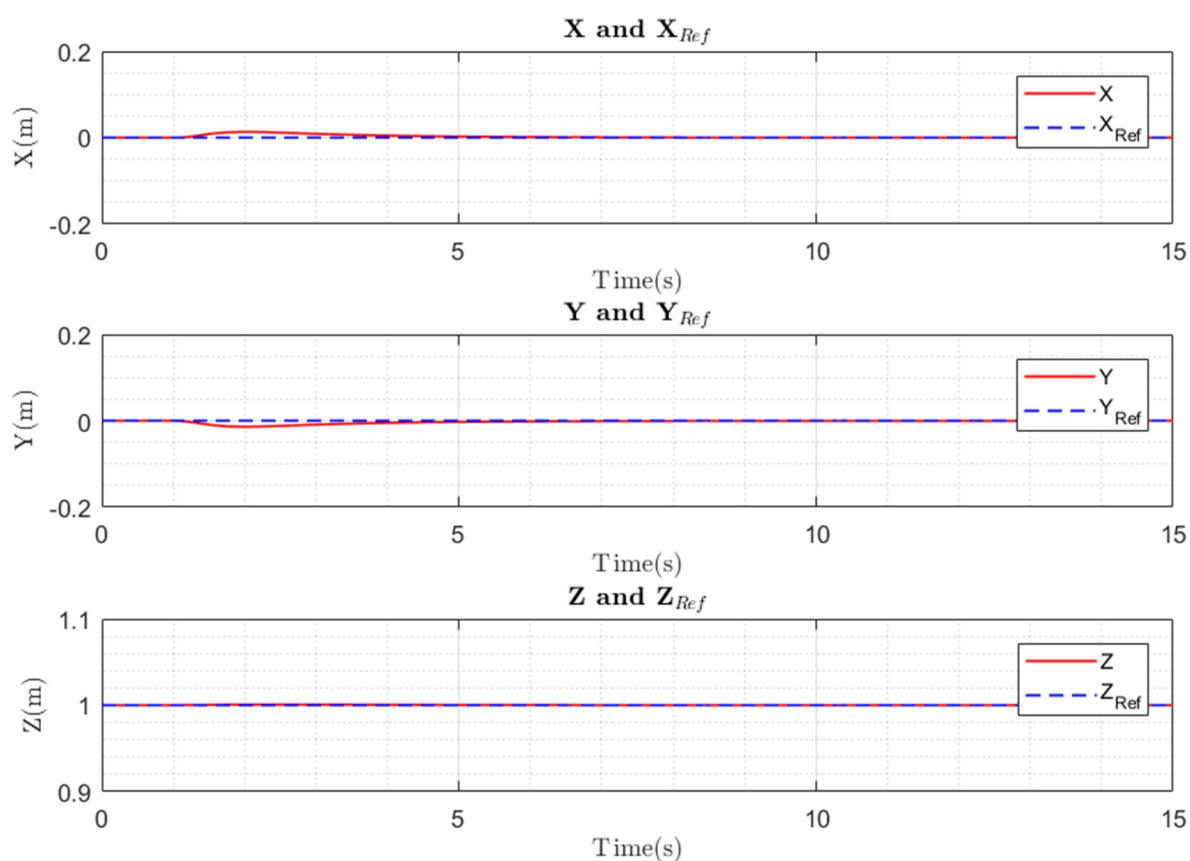


Figura 3-20. Control PID en cascada: simulación 2, posición.

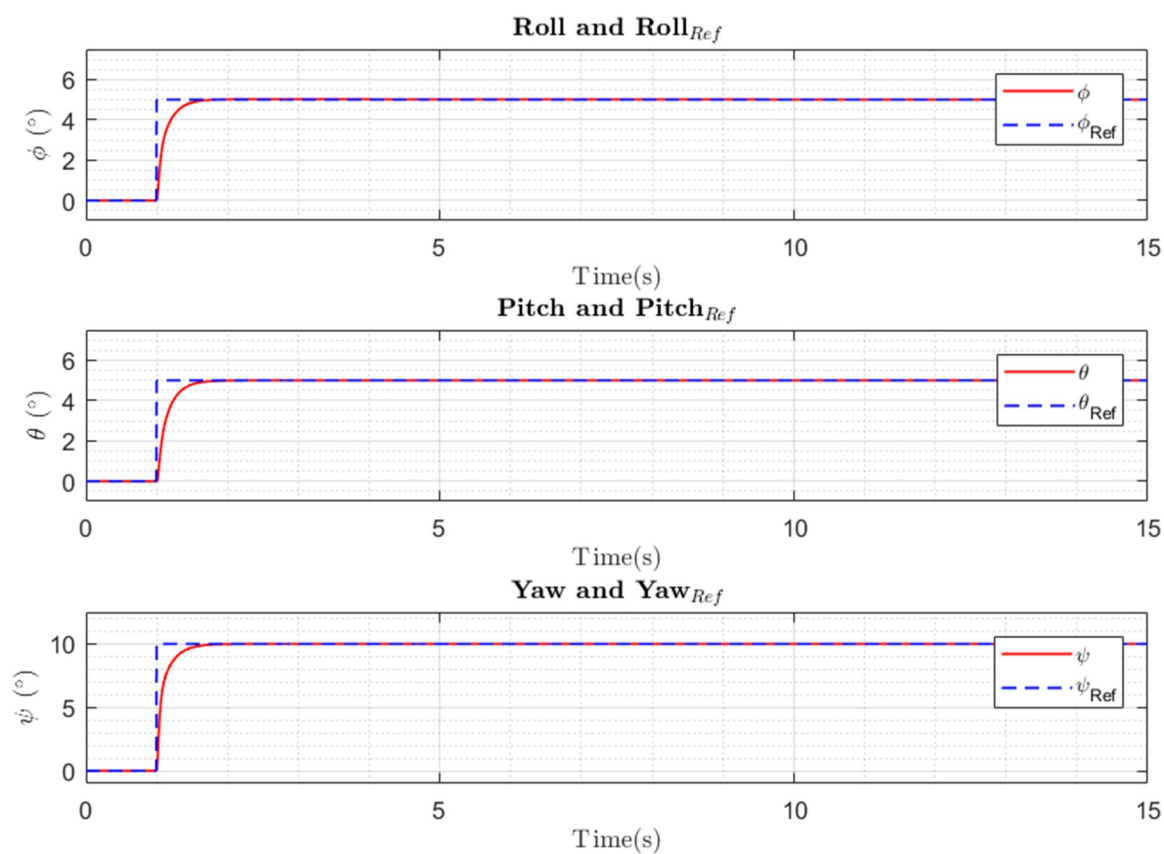


Figura 3-21. Control PID en cascada: simulación 2, orientación.

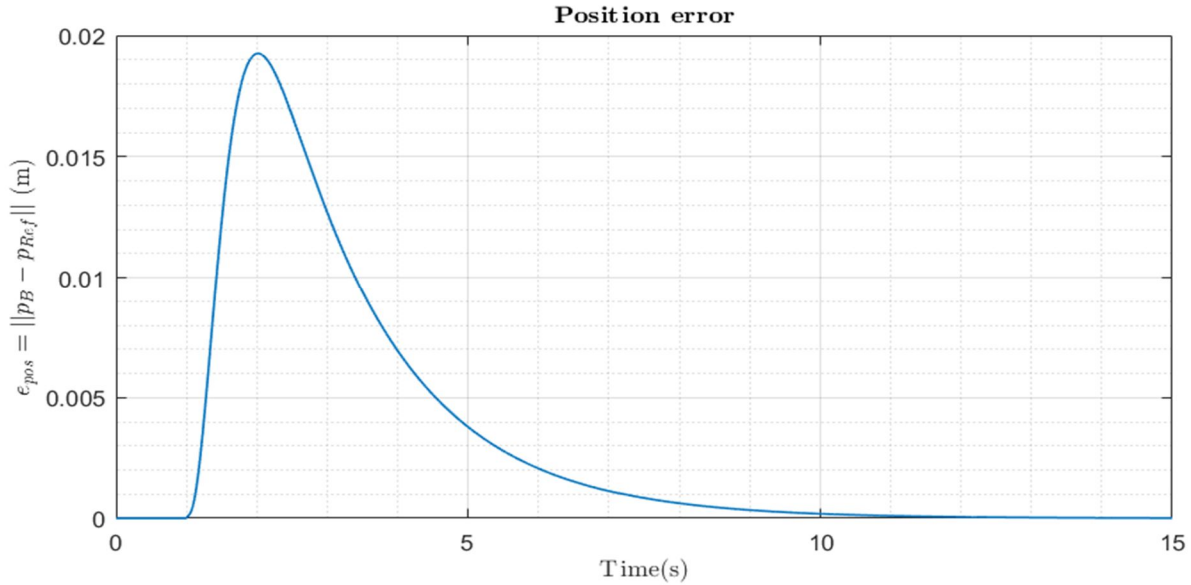


Figura 3-22. Control PID en cascada: simulación 2, error en posición.

En esta simulación se puede apreciar cómo el ángulo de pitch se controla en todo momento, a diferencia de la respuesta obtenida con el control PID (ver Figura 3-9). Esto se debe a que con el control PID en cascada se consigue unas acciones de control más suaves. En este caso, el controlador PID en cascada ha obtenido unas fuerzas/pares generables, por lo que se han podido controlar las seis variables a la vez en todo momento, a diferencia del control PID, que dejaba de controlar el ángulo de pitch durante un tiempo.

- Simulación 3: trayectoria circular ascendente, sin cambio de orientación.

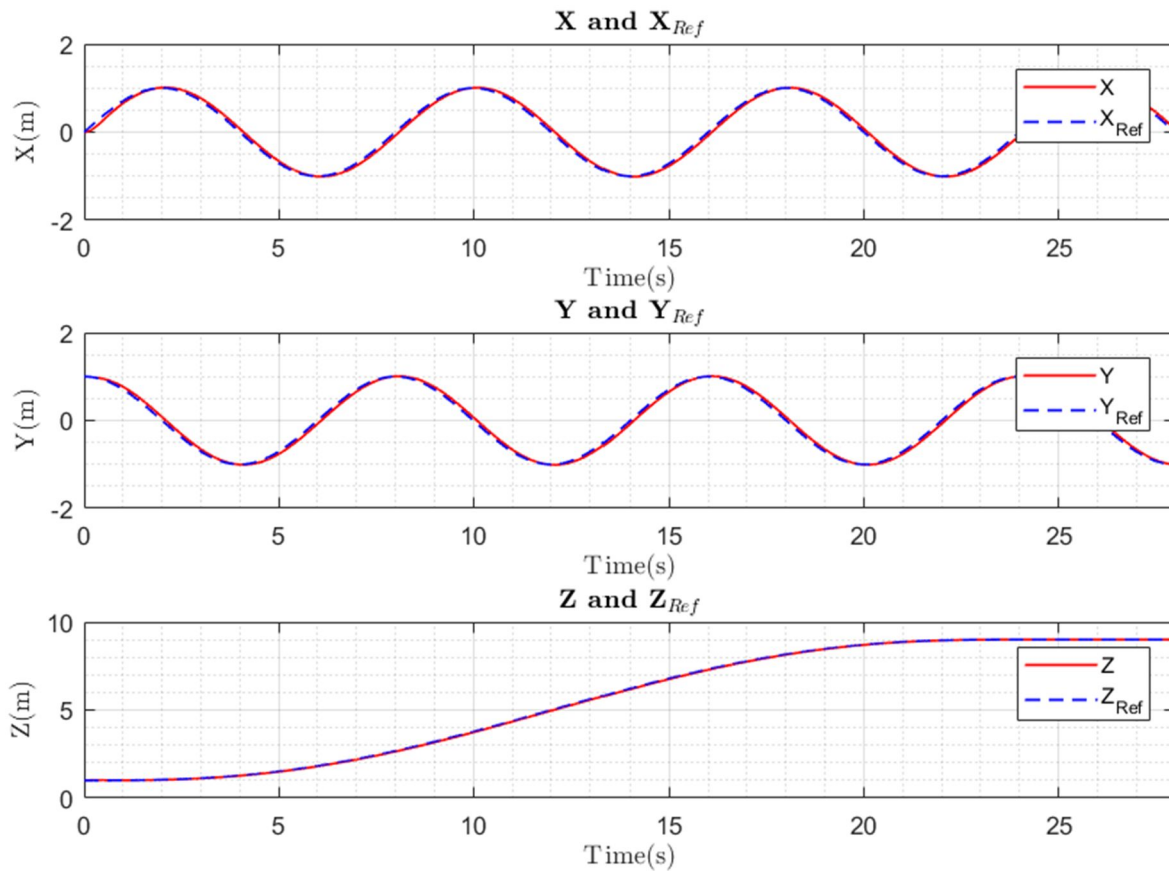


Figura 3-23. Control PID en cascada: simulación 3, posición.

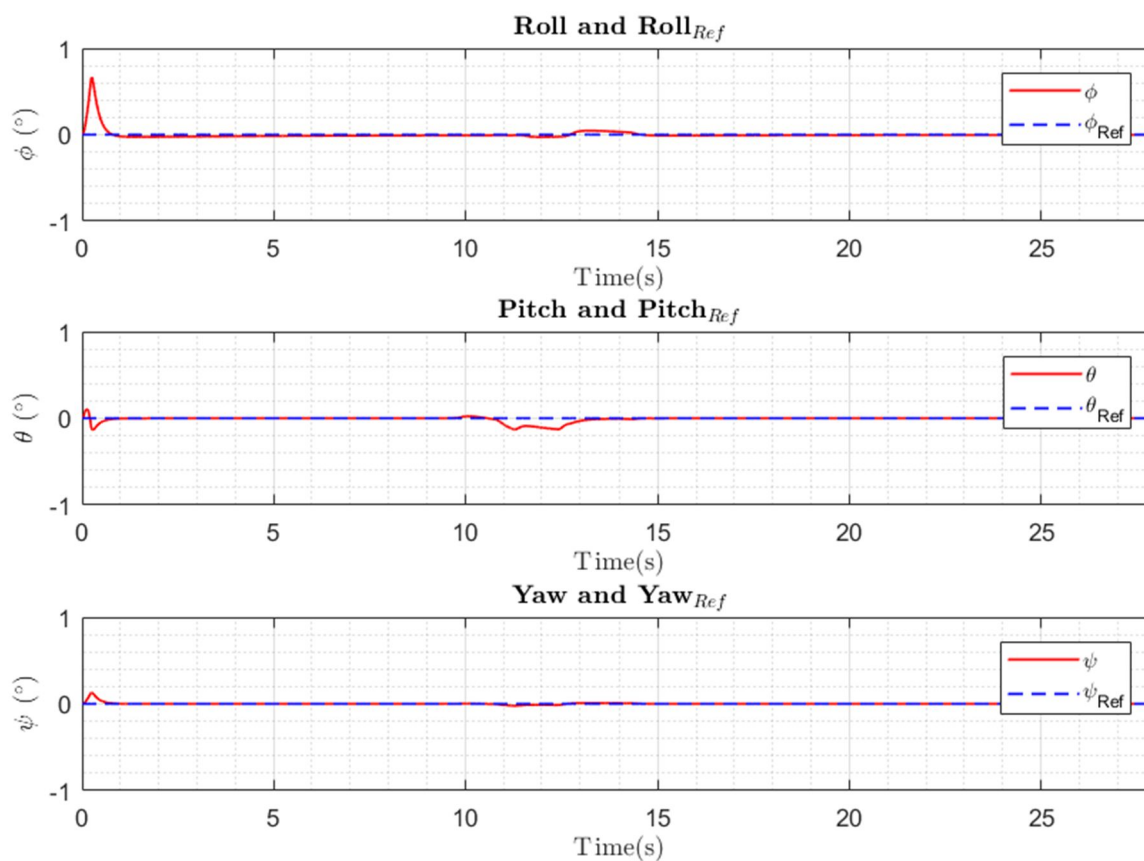


Figura 3-24. Control PID en cascada: simulación 3, orientación.

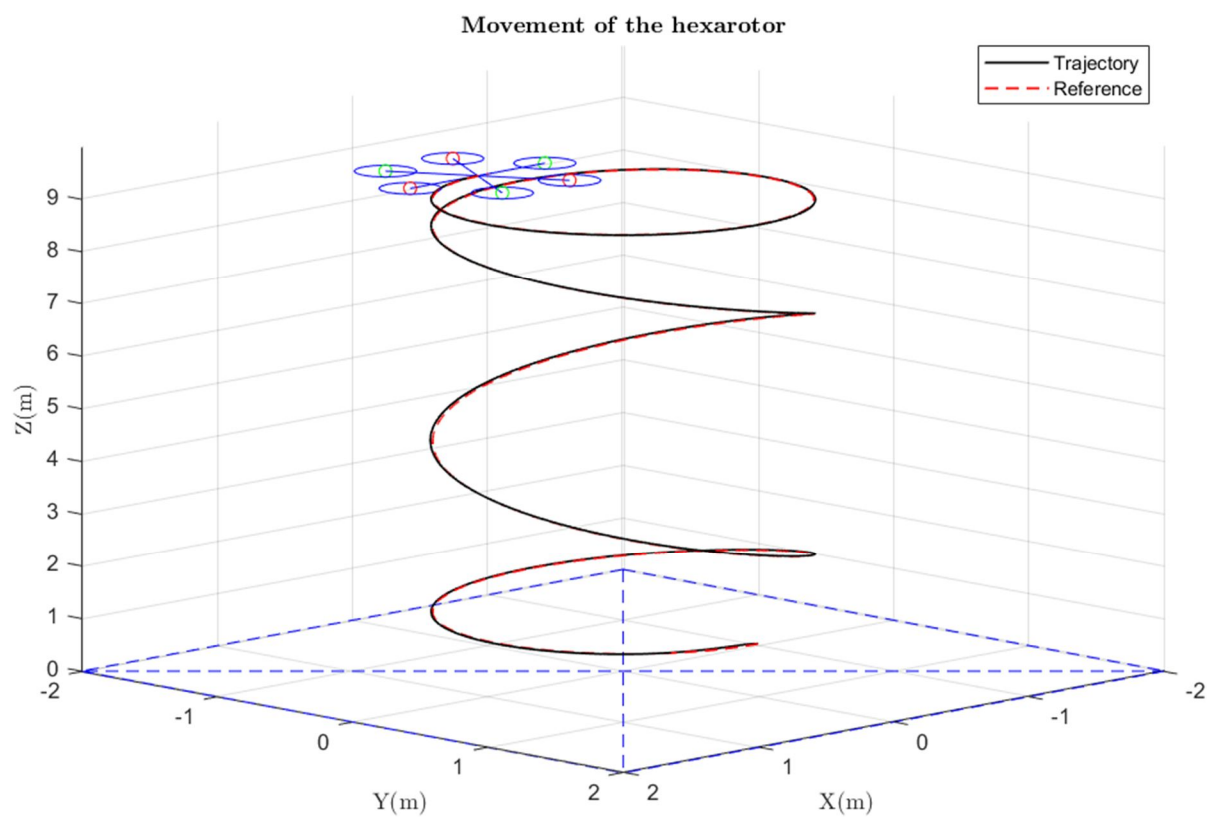


Figura 3-25. Control PID en cascada: simulación 3, vista 3D.

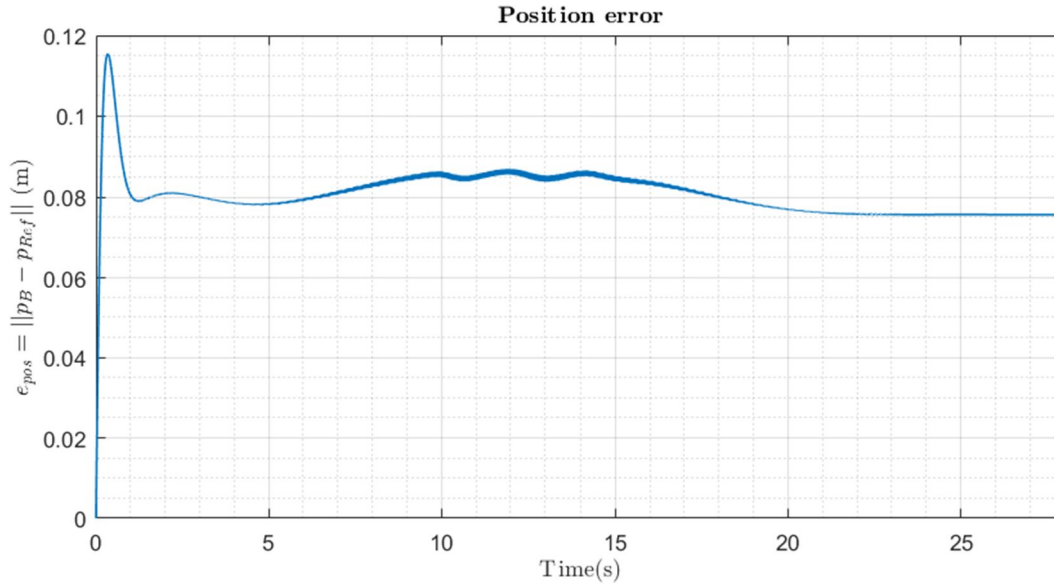


Figura 3-26. Control PID en cascada: simulación 3, error en posición.

Se puede ver como con el control PID en cascada la trayectoria se sigue mejor que con el control PID (ver Figura 3-14 y Figura 3-26).

3.3 Control geométrico

En [5], se desarrolla un control en el que, cuando las fuerzas no son generables (no están dentro del pseudocono), se varía la orientación del hexarotor para que la fuerza entre en el cono. Antes de diseñar dicho controlador, se desarrollará un controlador con la misma estructura, pero sin que modifique la orientación. La estructura de este controlador es la siguiente:

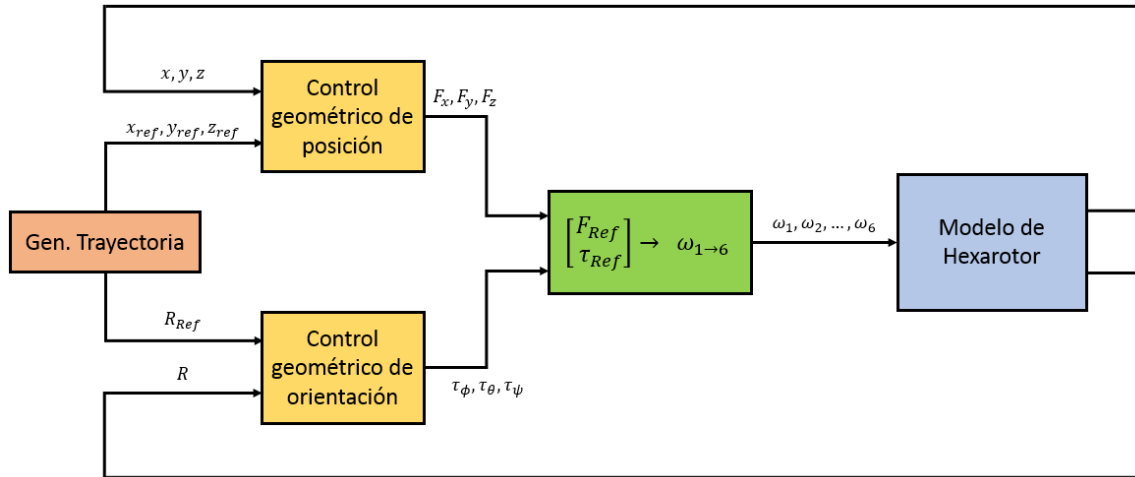


Figura 3-27. Diagrama de bloques para control geométrico.

Lo primero que se puede ver, es que el bloque de control de orientación utiliza las matrices de rotación de referencia y la actual para calcular la acción de control, en lugar de usar directamente los tres ángulos. A continuación, se explicará la estructura del control geométrico.

En el control geométrico, el vector de fuerzas F_{Ref} , se obtiene como:

$$F_{Ref} = m \left(\ddot{p}_{Ref} + g\vec{e}_3 - K_p e_p - K_v \dot{e}_p - K_{I_p} \int e_p dt \right) \quad (3-1)$$

$$\text{siendo } e_p = p_B - p_{Ref} \text{ y } \dot{e}_p = \dot{p}_B - \dot{p}_{Ref}$$

donde:

- $p_B = (x, y, z)$ del hexarotor.
- $p_{Ref} = (x, y, z)$ de referencia.

Para el caso del control de orientación, el par se obtiene como:

$$\tau_{Ref} = \omega_B \times J\omega_B - K_R e_R - K_\omega \omega_B - K_{I_R} \int e_R dt \quad (3-2)$$

$$\text{siendo } e_R = \frac{1}{2} (R_{Ref}^T R_B - R_B^T R_{Ref})^V$$

donde:

- R_{Ref} es la matriz de rotación para la orientación de referencia.
- R_B es la matriz de rotación para la orientación del hexarotor.
- ω_B es la velocidad angular del hexarotor.

El operador $*^V$ se llama *vee map*, y es la inversa del operador *hat map*. El operador *vee map*, permite pasar de $R^{n \times n} \rightarrow R^{n \times 1}$. El término $(R_{Ref}^T R_B - R_B^T R_{Ref})$ es una matriz antisimétrica 3x3. El error es un vector 3x1, por lo que usamos este operador para pasar de 3x3 a 3x1. Se pasa de la siguiente forma:

$$(R_{Ref}^T R_B - R_B^T R_{Ref}) = \begin{bmatrix} 0 & -e_3 & e_2 \\ e_3 & 0 & -e_1 \\ -e_2 & e_1 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow (R_{Ref}^T R_B - R_B^T R_{Ref})^V = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} \quad (3-3)$$

Finalmente, las matrices $K_P, K_v, K_{I_p}, K_R, K_{I_R}$ y K_ω son matrices 3x3 definidas positivas. A parte de cómo se define el error de orientación, otra diferencia de este controlador con los dos anteriores es que, en el control de orientación, este controlador compensa los términos no lineales $\omega_B \times J\omega_B$.

Una vez explicada la estructura de control, se realizarán las mismas simulaciones que se han realizado para los otros dos esquemas de control.

- Simulación 1: de $(x,y,z)=(0,0,1)$ a $(x,y,z)=(3,3,4)$ en 9 segundos, y sin cambio de orientación.

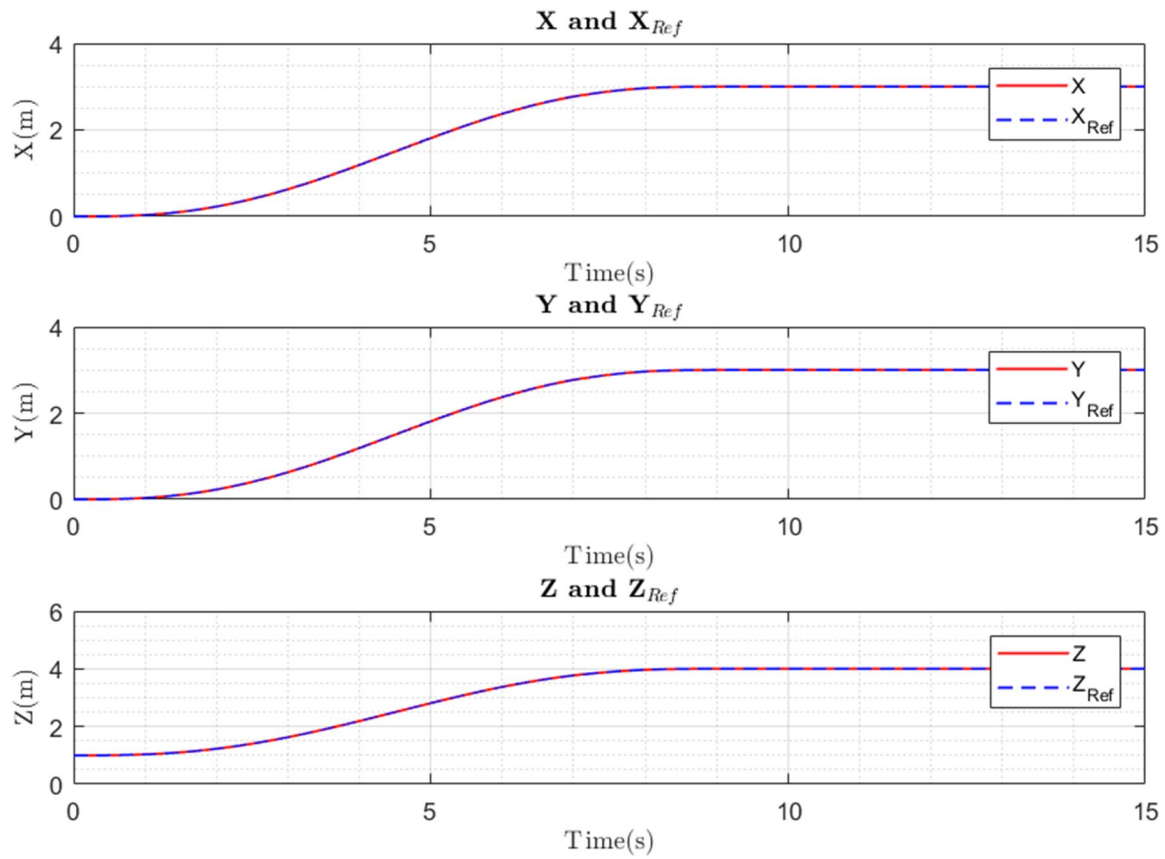


Figura 3-28. Control geométrico: simulación 1, posición.

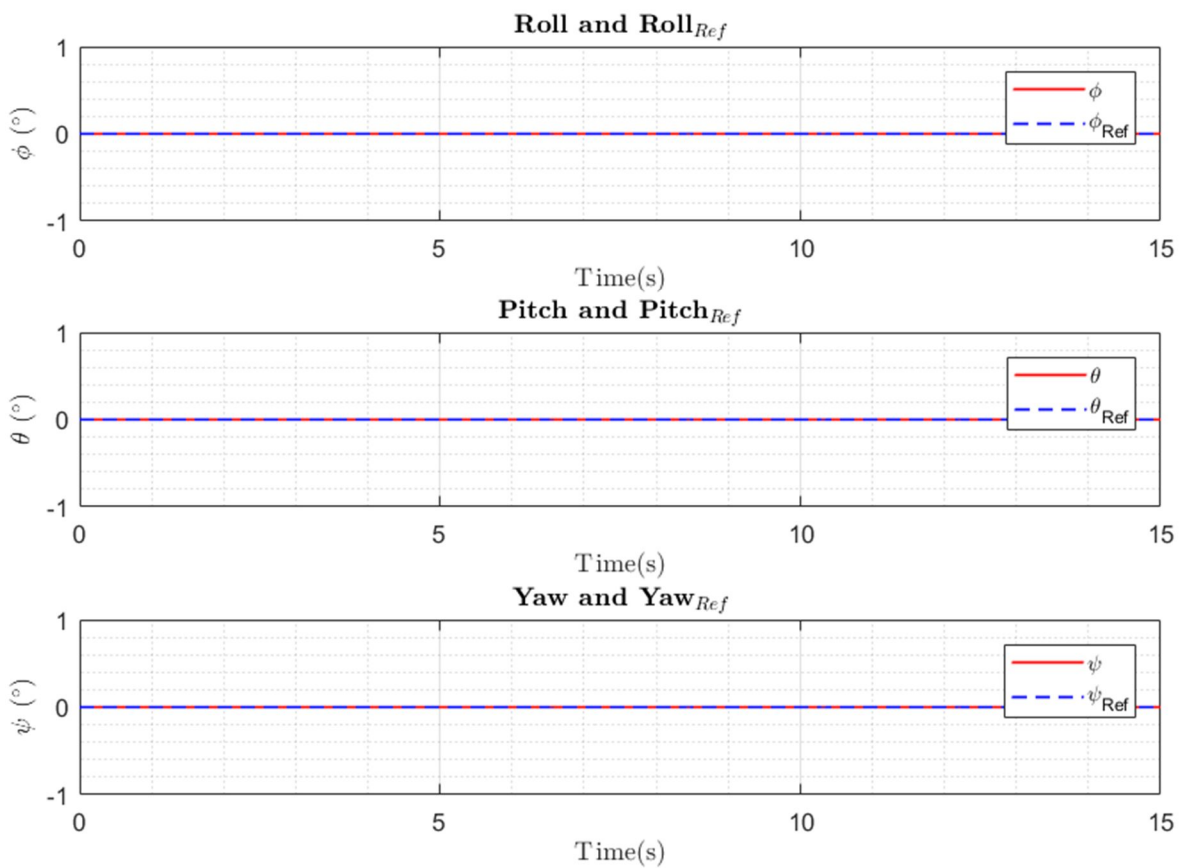


Figura 3-29. Control geométrico: simulación 1, orientación.

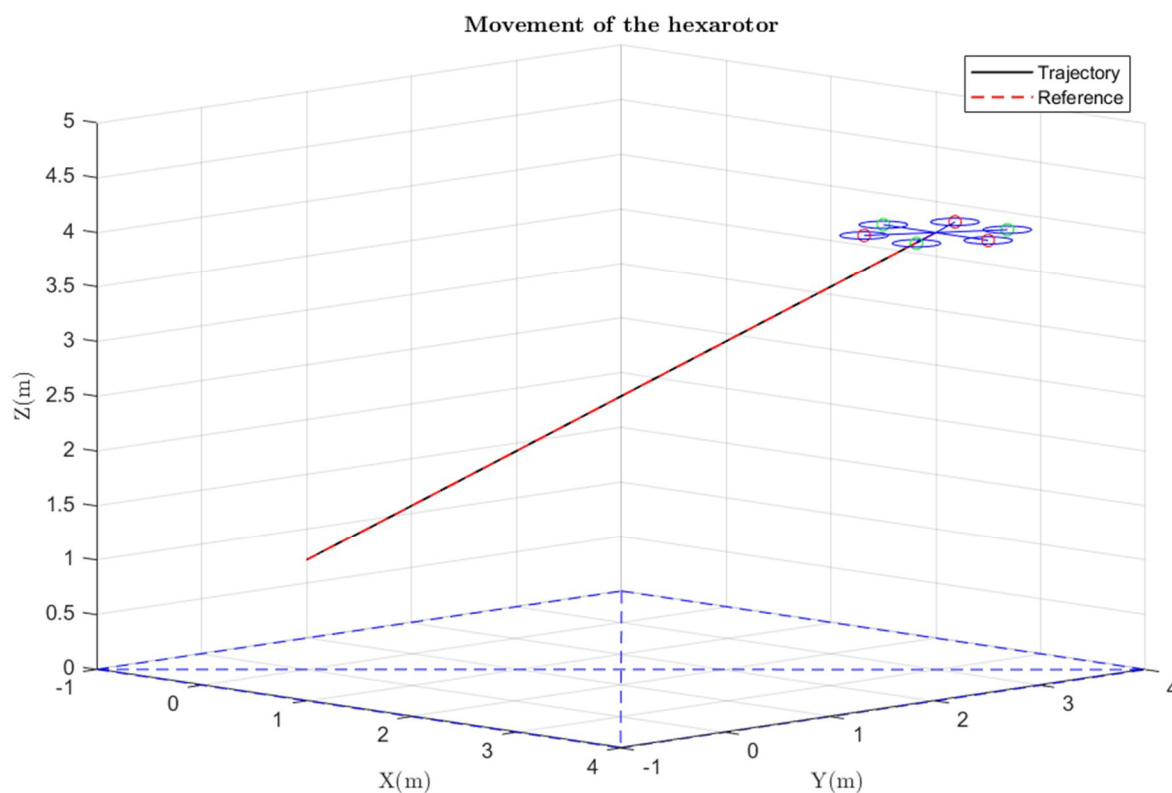


Figura 3-30. Control geométrico: simulación 1, vista 3D.

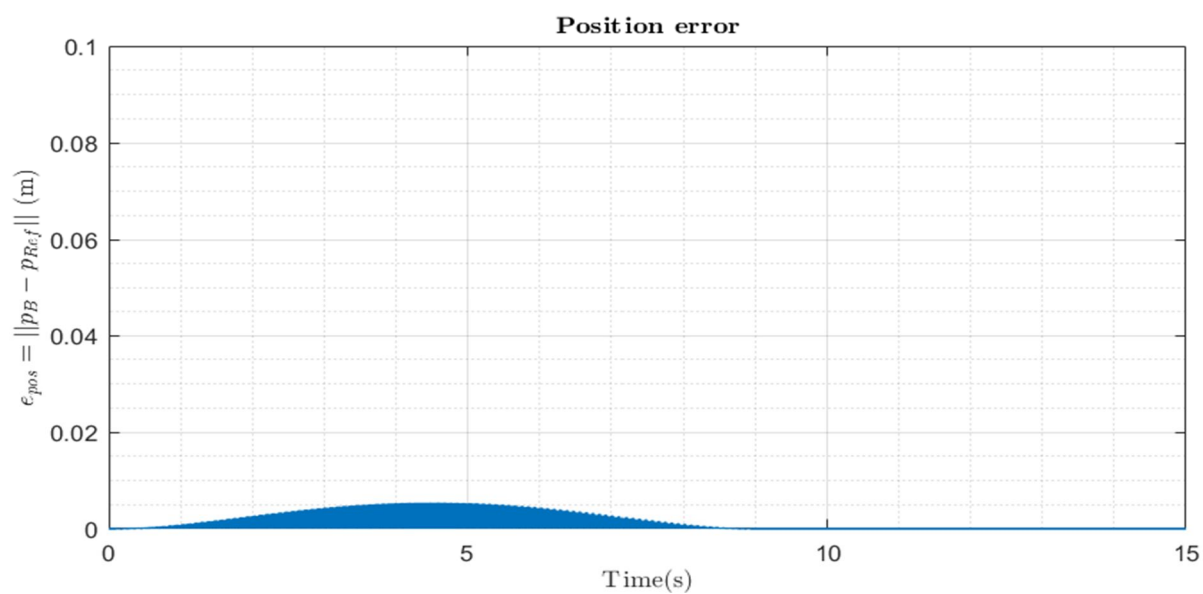


Figura 3-31. Control geométrico: simulación 1, error en posición.

Como se puede ver, los errores obtenidos en posición son mucho menores que los obtenidos en el control PID y control PID cascada (ver Figura 3-31 y compararlas con las figuras Figura 3-7 y Figura 3-19).

- Simulación 2: de $(\phi, \theta, \psi) = (0,0,0)$ a $(\phi, \theta, \psi) = (5,5,10)$, sin cambio de posición.

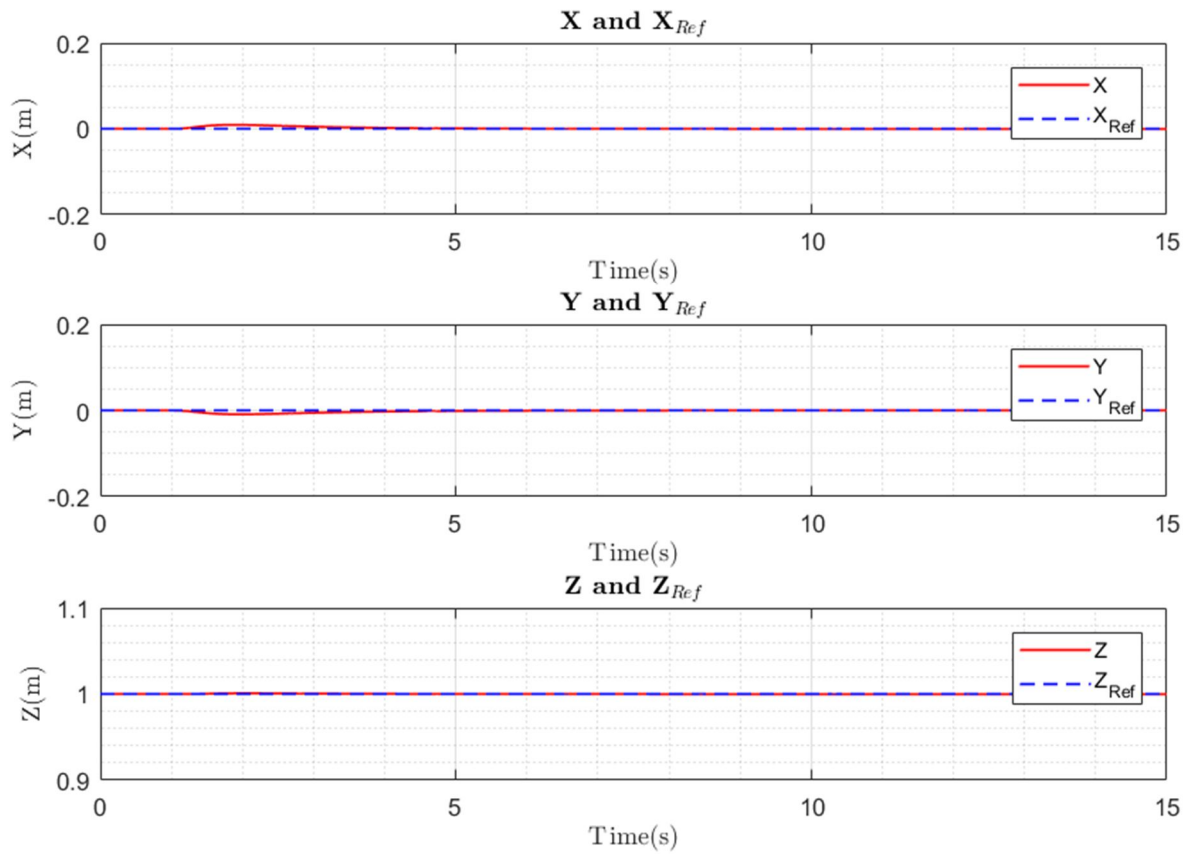


Figura 3-32. Control geométrico: simulación 2, posición.

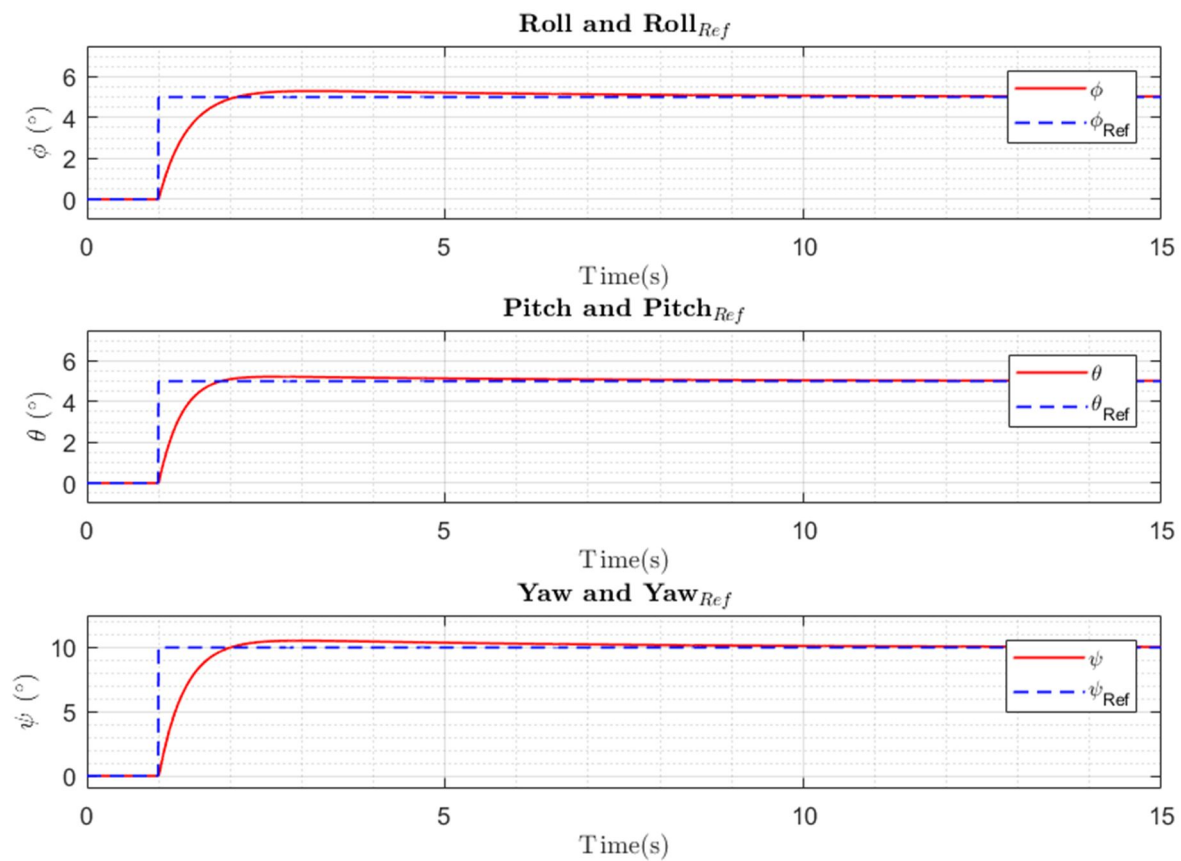


Figura 3-33. Control geométrico: simulación 2, orientación.

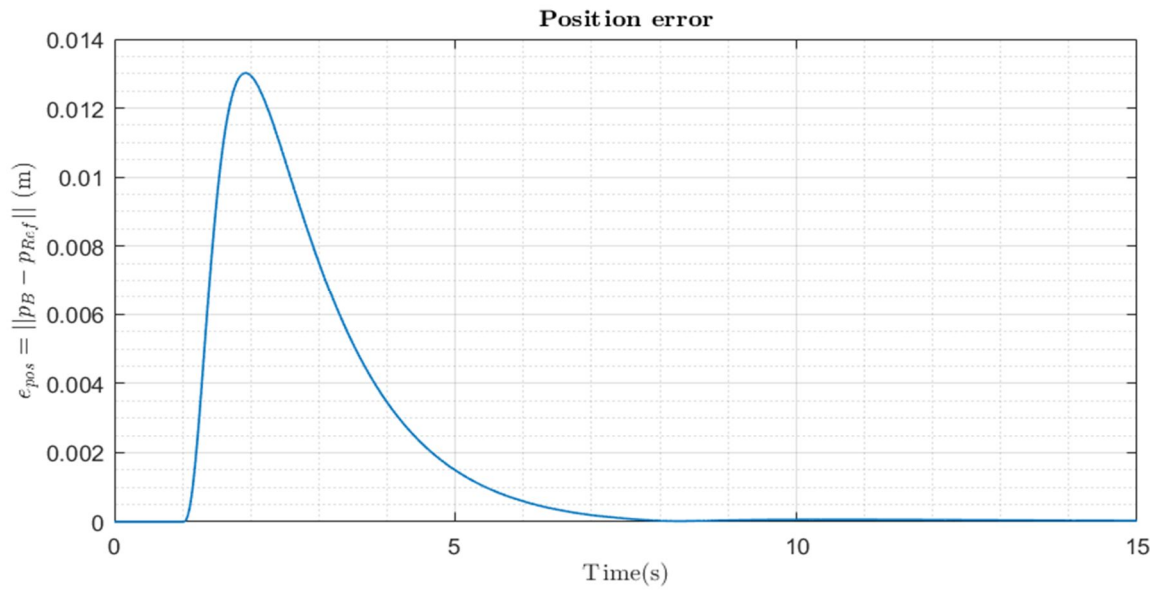


Figura 3-34. Control geométrico: simulación 2, error en posición.

De nuevo se puede observar como los errores en posición son menores para este controlador (ver Figura 3-34 y compararla con las figuras Figura 3-22 y Figura 3-10).

- Simulación 3: trayectoria circular ascendente, sin cambio de orientación.

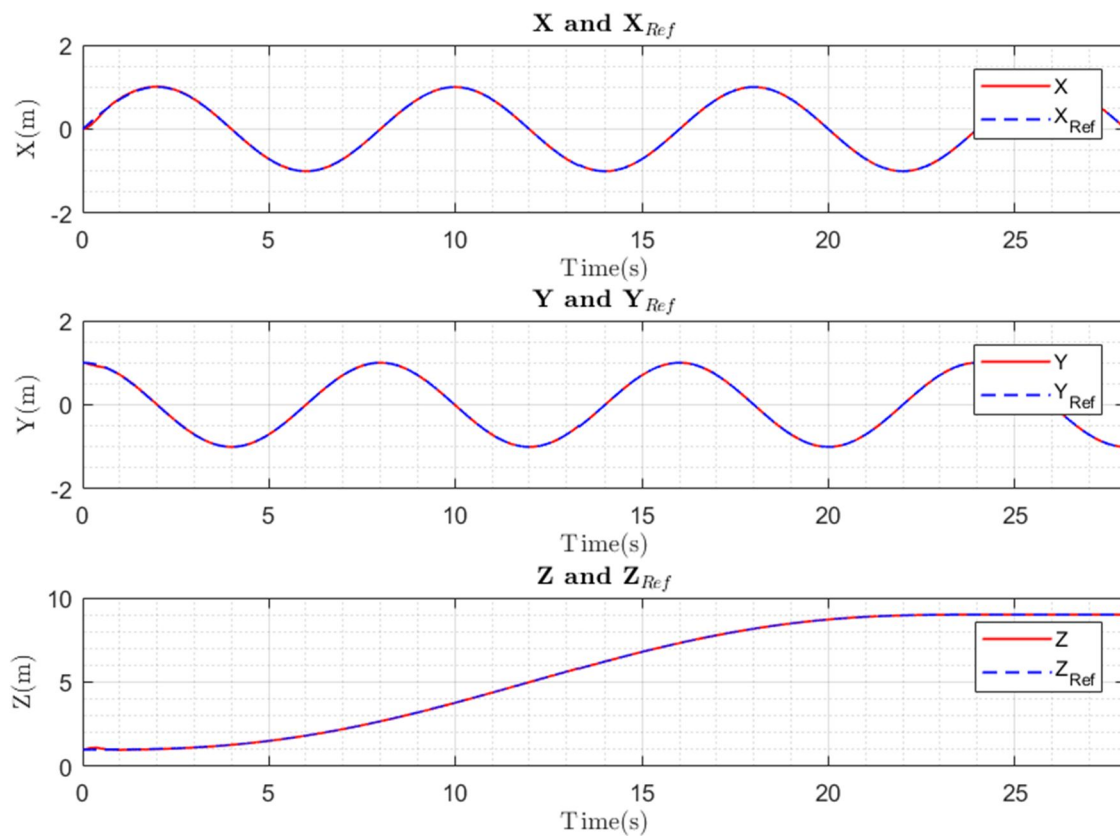


Figura 3-35. Control geométrico: simulación 3, posición.

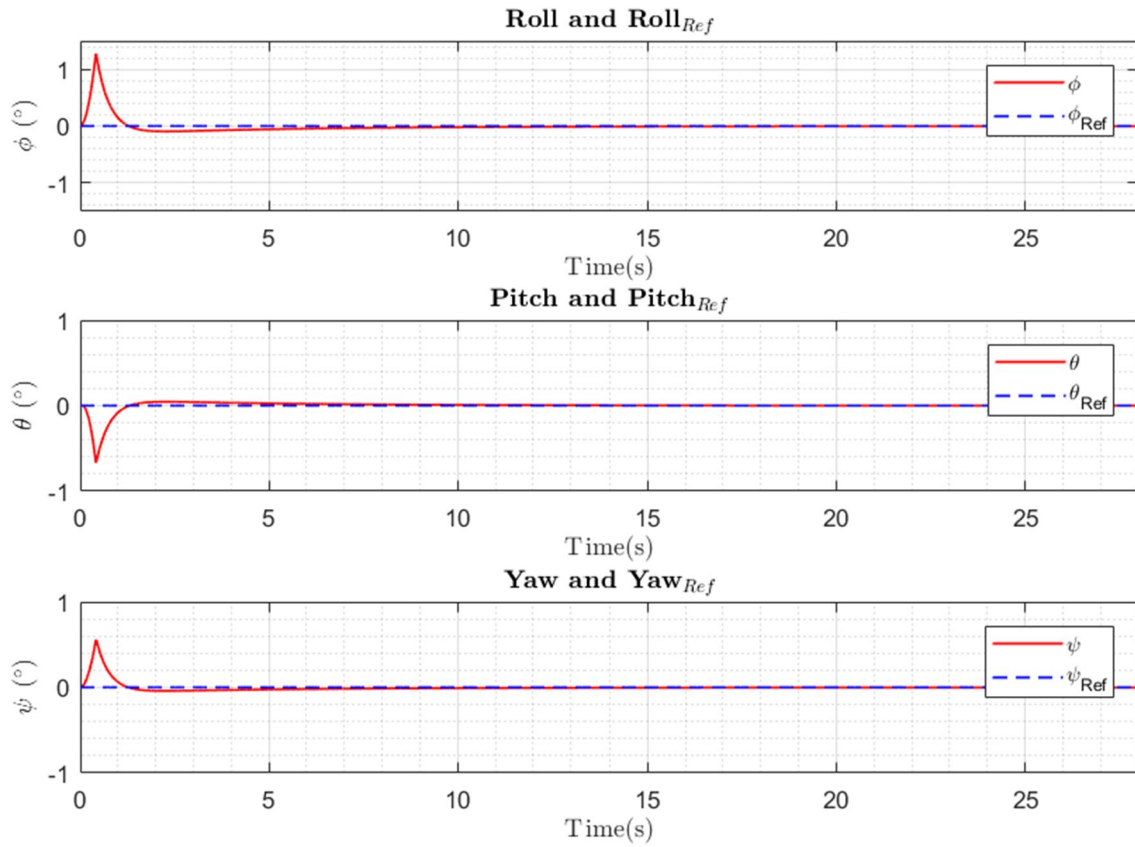


Figura 3-36. Control geométrico: simulación 3, orientación.

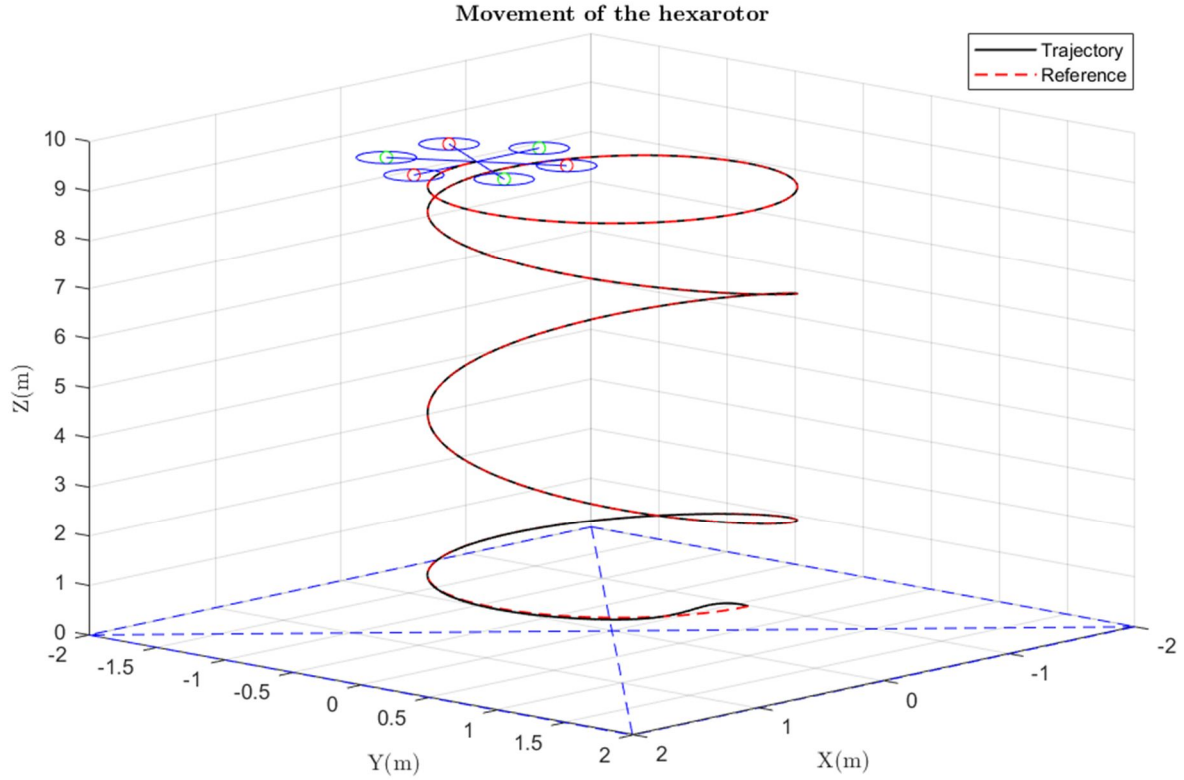


Figura 3-37. Control geométrico: simulación 3, vista 3D.

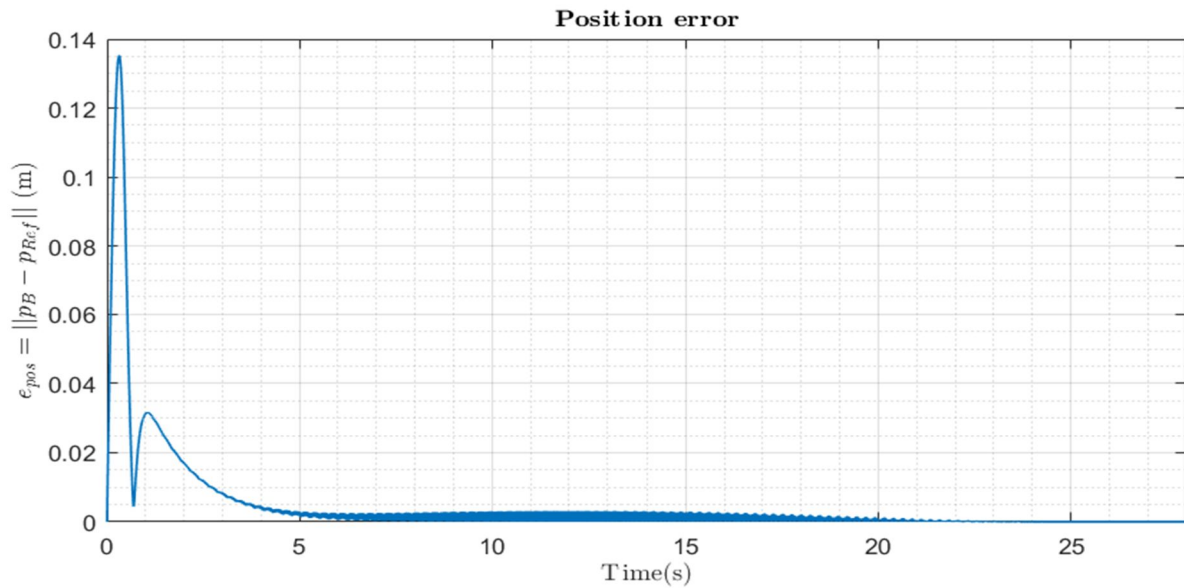


Figura 3-38. Control geométrico: simulación 3, error en posición.

Finalmente, para la trayectoria circular se sigue observando una mejora en el control geométrico en comparación con el control PID y PID cascada (ver figuras Figura 3-38, Figura 3-26 y Figura 3-14).

3.4 Control geométrico corrector

Una vez visto el control geométrico, se verá el control geométrico corrector. Este esquema de control es análogo al esquema anterior. Sin embargo, cuando el controlador en posición obtiene una fuerza no generable por los motores, se modifica la referencia en orientación para que la fuerza pase a ser generable.

Esto se puede ver de manera más fácil con las siguientes figuras en el plano. En la primera de ellas (ver Figura 3-39), se ve el hexarotor con la zona donde puede generar fuerzas en azul. Además, en esta imagen se puede ver un vector de fuerzas demandado por el controlador, el cual sí es generable.

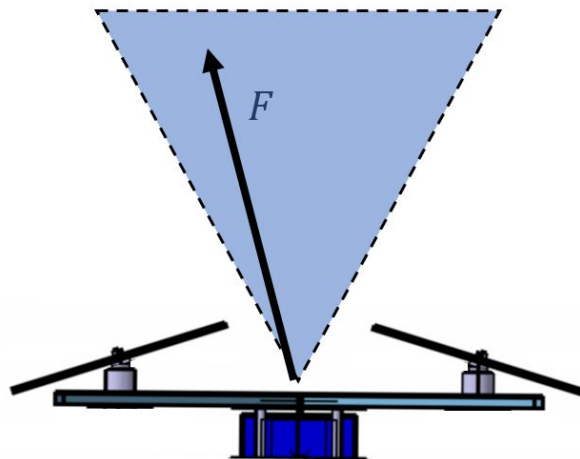


Figura 3-39. Hexarotor con fuerza generable [2].

Para la segunda imagen (ver Figura 3-40), se puede ver cómo la fuerza no es generable. El controlador geométrico corrector tiene como objetivo que dicha fuerza sea generable.

Para ello, hace rotar al hexarotor para que dicha fuerza entre en el cono. En nuestro caso, como estamos viendo un ejemplo en el plano, el hexarotor debe girar alrededor del eje perpendicular al papel un ángulo λ como mínimo.

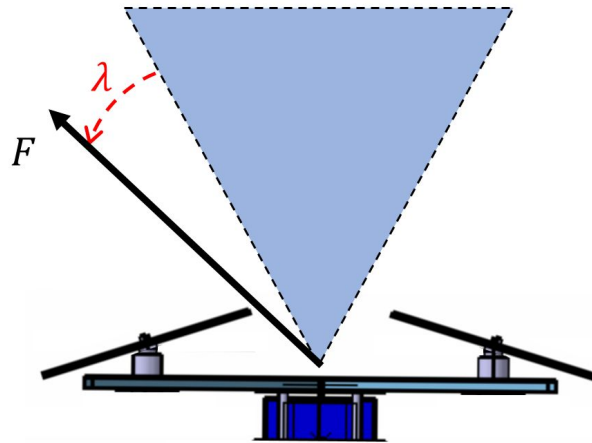


Figura 3-40. Hexarotor con fuerza no generable [2].

Para rotar el hexarotor dicho ángulo, se cambia la referencia en orientación, pasando a demandar una orientación girada un ángulo λ . Una vez que se ha alcanzado dicha orientación, la fuerza sería generable (ver Figura 3-41).

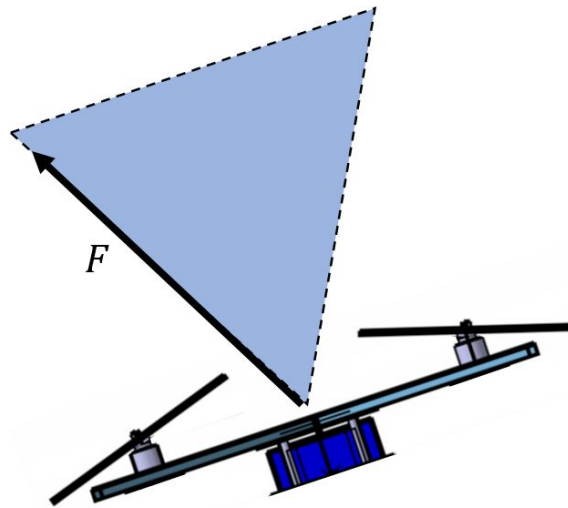


Figura 3-41. Hexarotor con cambio de orientación para generar fuerza [2].

Una vez realizada una explicación sobre este controlador, se verá en detalle. En primer lugar, diagramas de bloque del sistema con este controlador sería el siguiente.

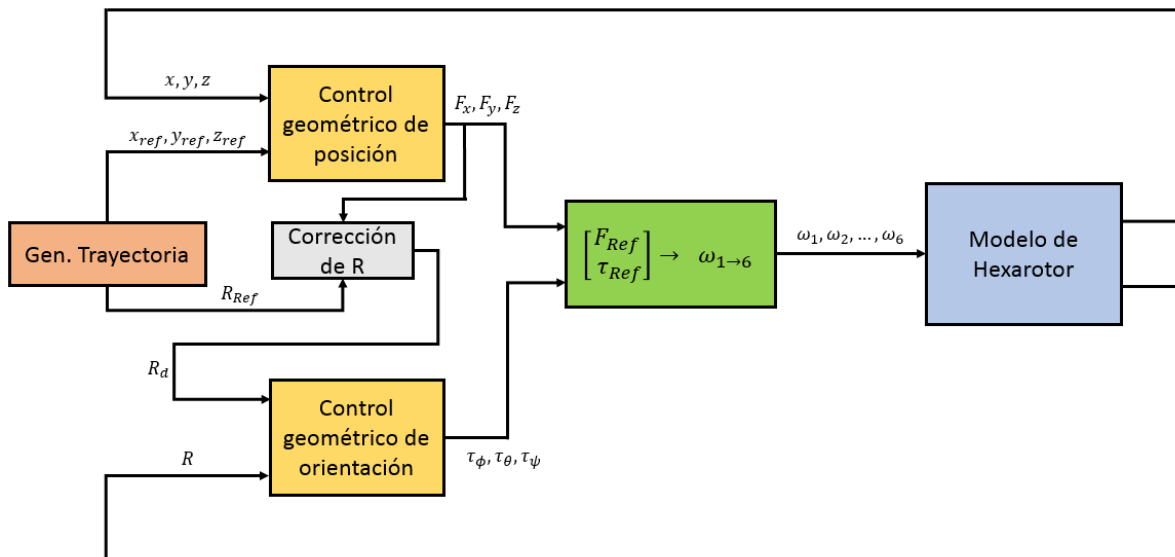


Figura 3-42. Diagramas de bloque para control geométrico corrector.

Lo primero que se puede observar respecto al diagramas de bloque del controlador geométrico es que en el corrector la entrada al bloque de control de orientación es R_d y no R_{Ref} como ocurre en el controlador geométrico.

Esto se debe a que R_d es la orientación corregida por el bloque “corrección de R”, el cuál realiza la tarea de cambiar la orientación para que las fuerzas demandadas por el controlador de posición sean generables. Para saber si una fuerza es generable, se comprueba si el sistema 6x6 que relaciona fuerzas y momentos con velocidades tiene como solución unas velocidades realizables. Las velocidades de los rotores deben estar entre su valor mínimo (cero) y su valor máximo (ω_{Max}).

El sistema a resolver tiene como término independiente el vector de fuerzas del controlador de posición y un vector de momentos nulos, para ver que la fuerza es generable sin modificar la orientación. En la siguiente expresión se puede ver cuándo se una fuerza realizable y cuando no.

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = M(\alpha, \beta) \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \\ \omega_5 \\ \omega_6 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Fuerza realizable si } 0 \leq \omega_i^2 \leq \omega_{Max} \\ \text{Fuerza no realizable si } \exists \omega_i: 0 \geq \omega_i^2 \vee \omega_{Max} \leq \omega_i \end{array} \quad \text{con } i = 1, 2, \dots, 6 \quad (3-4)$$

En el caso de que la fuerza sea realizable, $R_d = R_{Ref}$. En el caso de que no sea realizable, $R_d \neq R_{Ref}$. El seguimiento a la vez de posición y orientación es posible si y solo si la fuerza es realizable. La estrategia a seguir, en el caso de que la fuerza no sea realizable será modificar la referencia en orientación lo mínimo respecto a la referencia dada por el bloque de generación de trayectoria.

El vector alrededor del que se debe girar el hexarotor para que la fuerza pase a ser realizable es un vector perpendicular al plano que contiene los vectores de fuerza y el eje z del sistema ligado al hexarotor. El ángulo a girar lo llamaremos λ . En el caso más desfavorable sería para un hexarotor convencional, ya que habría que girar el hexarotor hasta coincidir el eje z del hexarotor con el vector de fuerzas. En el caso más favorable, no hay que girar el hexarotor porque la fuerza es generable.

Por lo tanto, los valores de λ están entre los siguientes valores:

$$\lambda \in [0, \lambda_{Max}] \quad \text{con } \lambda_{Max} = \arccos\left(\frac{F_{Ref}^T}{\|F_{Ref}\|} \vec{u}_{z_B}\right) \quad (3-5)$$

Por lo tanto, cuando la fuerza no sea generable, se girará el valor mínimo de λ a través del vector $\vec{u}_{z_B} \times \frac{F_{Ref}^T}{\|F_{Ref}\|}$ para que la fuerza pase a ser generable. Este valor mínimo se puede obtener por el método de bisección, por ejemplo. Una vez que se tiene el valor a girar, la nueva orientación quedaría:

$$R_d = R_s(\lambda) R_{Ref} \quad (3-6)$$

Siendo $R_s(\lambda)$ la matriz de giro a través del vector unitario $\vec{u}_{z_B} \times \frac{F_{Ref}^T}{\|F_{Ref}\|}$. Dicha matriz tiene la siguiente expresión:

$$R_s(\lambda) = \begin{bmatrix} \cos \lambda + u_x^2(1 - \cos \lambda) & u_x u_y(1 - \cos \lambda) - u_z \sin \lambda & u_x u_z(1 - \cos \lambda) + u_y \sin \lambda \\ u_y u_x(1 - \cos \lambda) + u_z \sin \lambda & \cos \lambda + u_y^2(1 - \cos \lambda) & u_y u_z(1 - \cos \lambda) - u_x \sin \lambda \\ u_z u_x(1 - \cos \lambda) - u_y \sin \lambda & u_z u_y(1 - \cos \lambda) + u_x \sin \lambda & \cos \lambda + u_z^2(1 - \cos \lambda) \end{bmatrix} \quad (3-7)$$

Resulta interesante realizar algunas simulaciones para probar el bloque creado en Simulink. Para ello, la entrada del bloque será una fuerza que variaremos a nuestro gusto, para ver si los ángulos varían de forma lógica. Se probará con distintos valores de α y β , y se representará la fuerza de entrada, el valor de λ , el valor de λ_{Max} y el valor de las componentes del vector alrededor del cual hay que girar el hexarotor.

La fuerza de entrada es una fuerza con componente nula en Y, valor constante en Z (igual a la fuerza de peso del hexarotor) y un valor sinusoidal en X. La fuerza responde a la siguiente ley horaria.

$$\vec{F}(t) = 7 \sin\left(2\pi \frac{t}{5}\right) \cdot \vec{u}_x + 9.81 \cdot 4 \cdot \vec{u}_z \quad (3-8)$$

Se probarán los siguientes valores de α y β : $0^\circ, 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ$. Simulando, se obtiene lo siguiente:

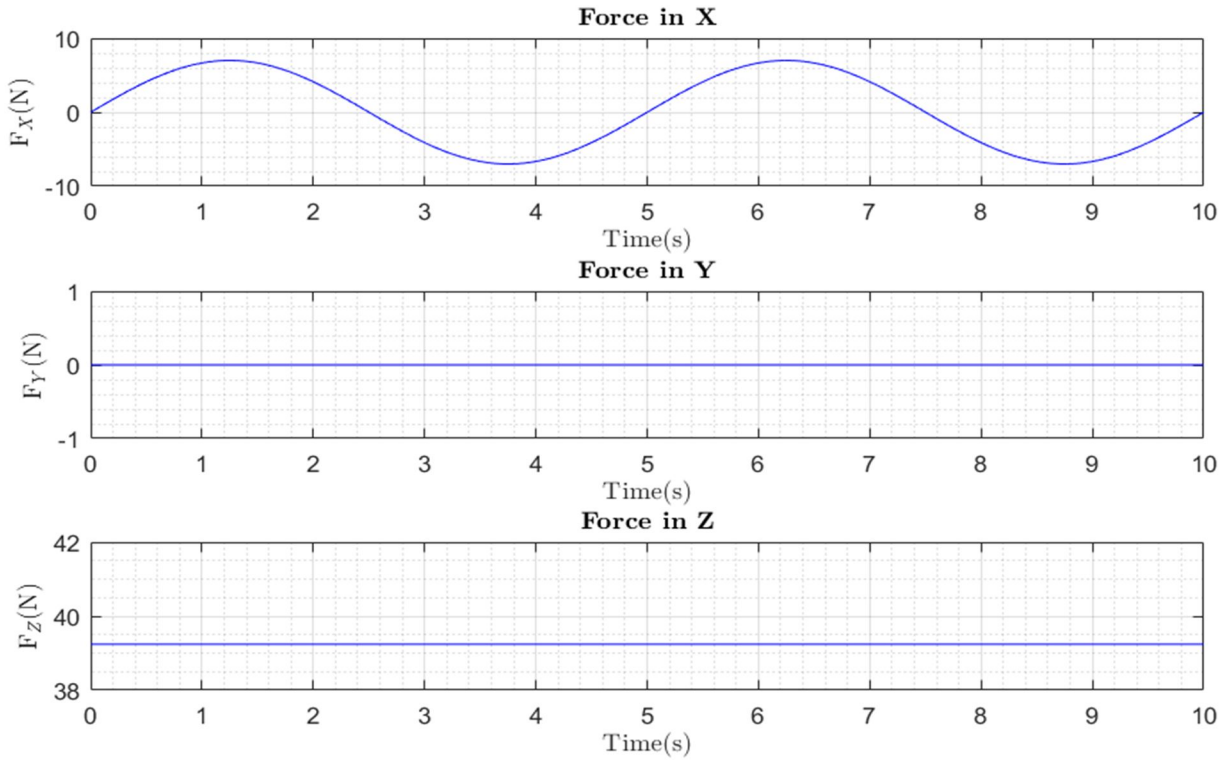


Figura 3-43. Control geométrico corrector: bloque corrector, fuerza de entrada.

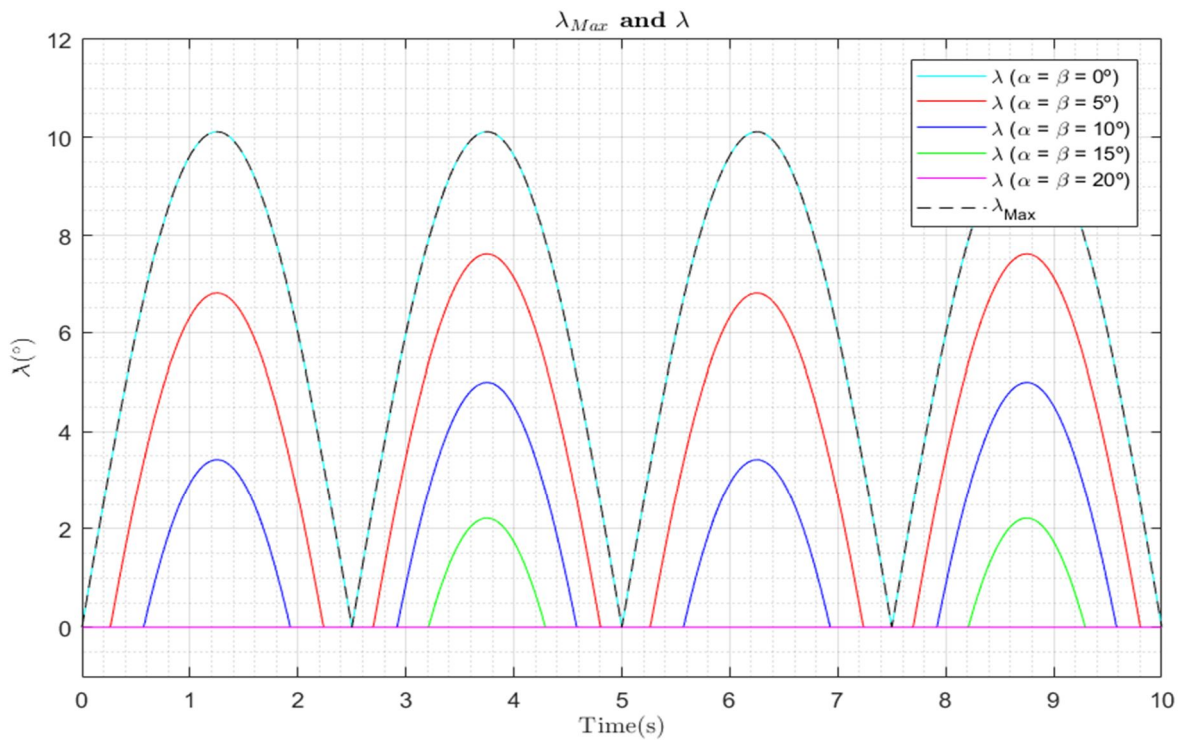


Figura 3-44. Control geométrico corrector: bloque corrector, ángulo λ .

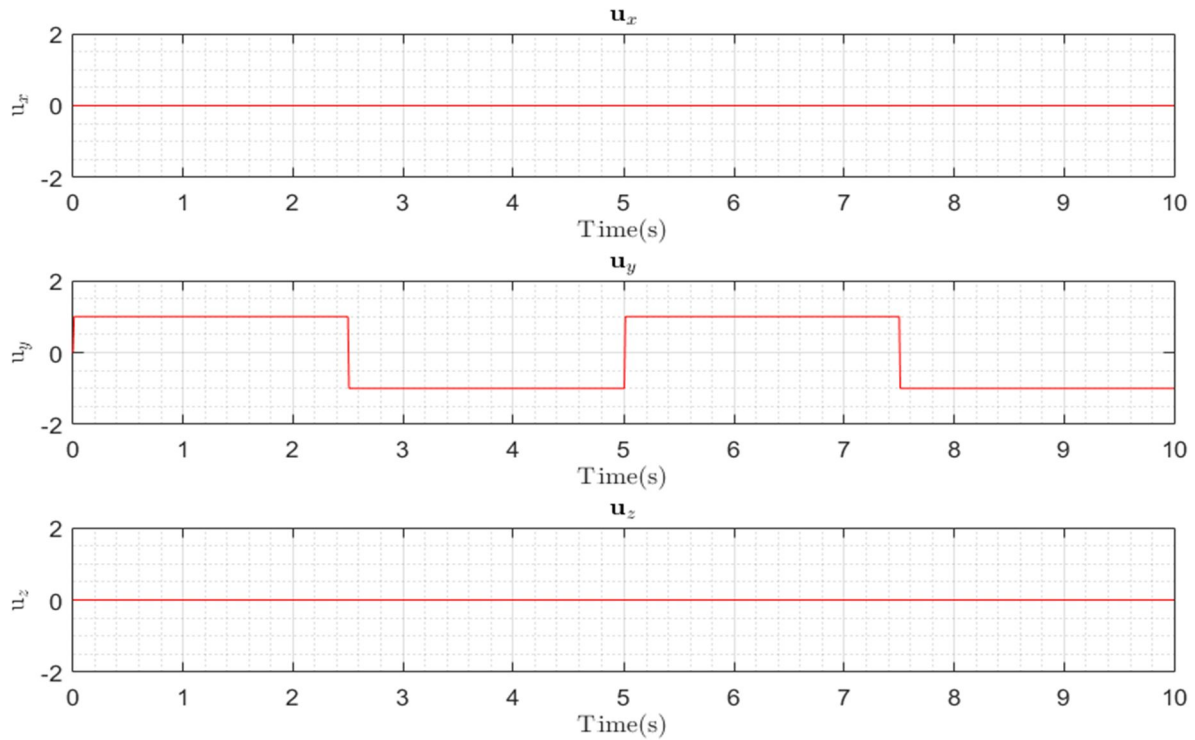


Figura 3-45. Control geométrico corrector: bloque corrector, vector de giro.

En la primera figura (ver Figura 3-43) se puede ver las tres componentes de la fuerza. Se puede ver como los valores extremos de la fuerza aplicada en el eje X son de $\pm 7 \text{ N}$. El valor de la fuerza en el eje Z es constante y coincide con el peso del hexarotor, para imaginarnos que está en suspensión.

En la segunda figura (ver Figura 3-44) se representa la variación del ángulo de giro λ para distintos valores de α y β . Se puede ver como a medida que disminuye el valor de α y β , el valor de λ se parece más al valor de λ_{Max} . Para un valor de $\alpha=\beta=20^\circ$, se puede ver cómo el valor de λ es cero, lo que significaría que la fuerza es generable. El caso más desfavorable es $\alpha=\beta=0^\circ$, para el cual se puede ver que $\lambda=\lambda_{\text{Max}}$.

Además, de la segunda gráfica se puede ver cómo el espacio de fuerzas generables no es simétrico. Esto se puede ver en que la fuerza lateral de valor $+7 \text{ N}$ es generable en el hexarotor con $\alpha=\beta=15^\circ$ (ya que en esa zona $\lambda=0^\circ$), pero la fuerza lateral de valor -7 N no es generable para los mismos valores de α y β . En los demás valores de α y β esto también se puede apreciar, ya que los picos en el valor de λ no son iguales cuando se demanda $+7 \text{ N}$ que cuando se piden -7 N .

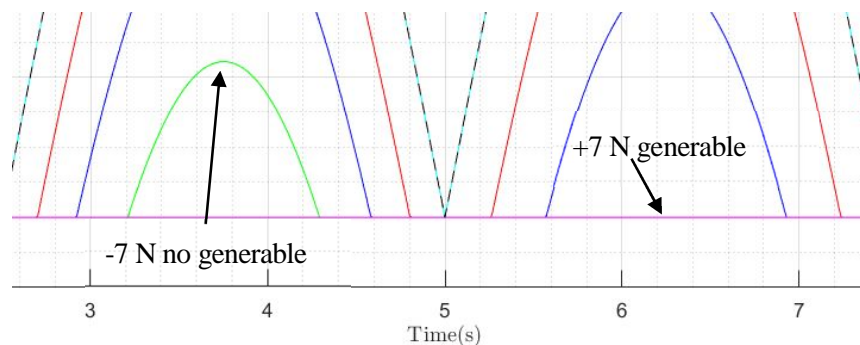


Figura 3-46. Control geométrico corrector: bloque corrector, no simetría.

En la tercera figura (ver Figura 3-45), se puede ver cómo varía el vector de giro. El vector de giro debe ser perpendicular al plano que contiene a la vector de fuerza y el vector z del hexarotor. Este plano es el plano XZ, por lo tanto, el eje de giro será siempre en eje Y. El sentido del vector cambiará en función del signo de la componente lateral de la fuerza.

Explicado cómo se obtiene la orientación a demandar al controlador de orientación, pasaremos a ver las simulaciones realizadas, ya que las ecuaciones de control de los controladores de posición y de orientación son

las mismas que en el controlador geométrico.

En este caso, no se realizarán las mismas simulaciones que para los tres controladores anteriores, ya que se obtendrían los mismos resultados que el control geométrico. Esto se debe a que son exactamente iguales si las fuerzas son generables, como ya se ha explicado.

Se simulará situaciones en las que se forzará al sistema a cambiar su orientación para poder generar la fuerza demandada por el control de posición.

En primer lugar, se simulará un hexarotor con el control geométrico ante dos senos, con distintos periodos. Después, se simulará un hexarotor con el control geométrico correcto, y ante los dos mismos senos.

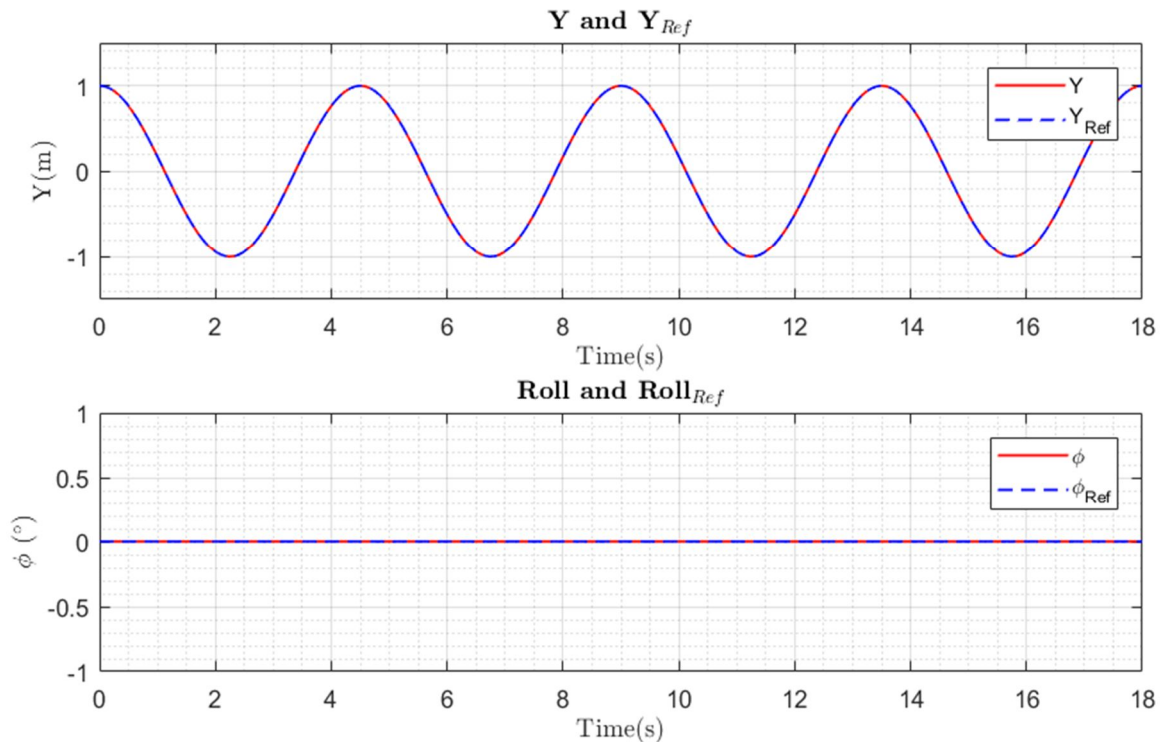
Finalmente, se te realizará una simulación con valores de α y β nulos, es decir, un hexarotor de hélices coplanarias, y se comparará con el movimiento de un hexarotor de hélices no coplanarias. Para un hexarotor de hélices coplanarias el controlador geométrico corrector demandará siempre un cambio de orientación igual a λ_{Max} . Los otros tres controladores (PID, PID cascada y geométrico) no pueden controlar un hexarotor de hélices no coplanarias ya que no tienen en cuenta si las fuerzas son generables o no.

3.4.1 Comparación control geométrico y control geométrico corrector

Para comparar ambos controladores, se llevará el control geométrico al límite. Para ello, se le pasará en primer lugar un movimiento sinusoidal en Y a un periodo que pueda seguir. Después, se probará con otra referencia sinusoidal, pero a un menor periodo, de forma que no pueda seguirla porque es muy rápida la variación. Finalmente, se realizarán las mismas simulaciones, pero con el control geométrico corrector. Todas las simulaciones tendrán como referencia en la orientación valores nulos.

Se representará en cada simulación la posición en Y, la referencia en Y, el valor del ángulo de roll y su referencia, ya que el controlador geométrico corrector variará en ángulo de roll para moverse, en el caso de que resulten fuerzas no generables.

- Simulación 1: control geométrico, $y(t) = \cos(\frac{2\pi t}{T})$, con $T=4.5$ segundos.



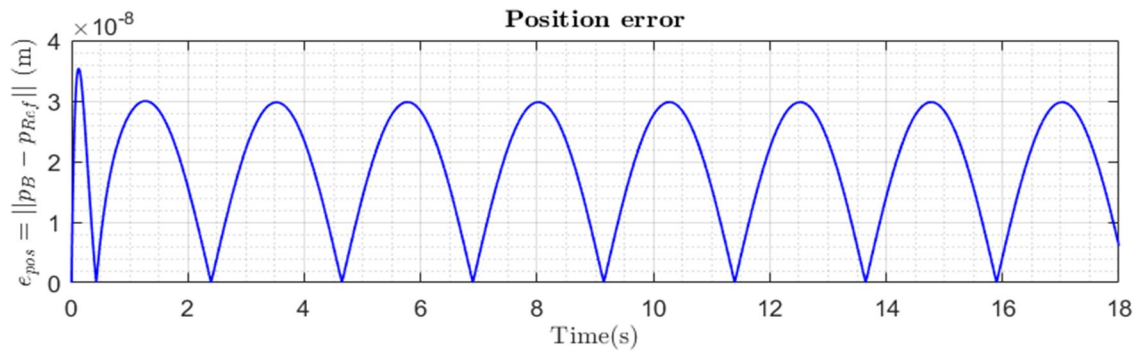


Figura 3-47. Control geométrico corrector vs control geométrico: simulación 1.

En esta primera simulación, se puede ver como el hexarotor sigue a la referencia sin problema en todo momento. Además, la orientación es siempre la deseada.

- Simulación 2: control geométrico corrector, $y(t) = \cos(\frac{2\pi t}{T})$, con $T=4.5$ segundos.

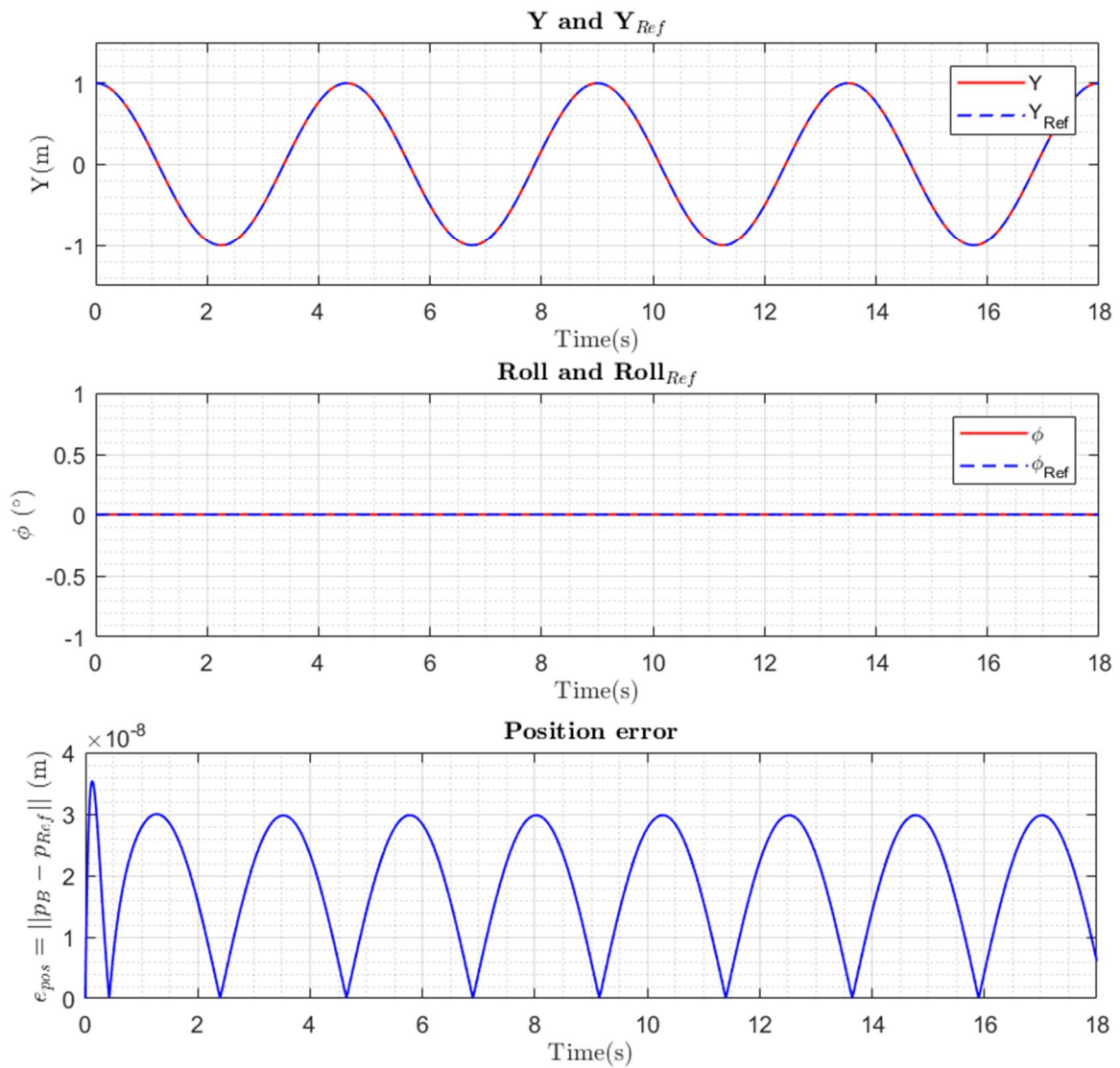


Figura 3-48. Control geométrico corrector vs control geométrico: simulación 2.

Para esta simulación, se puede ver como la respuesta es análoga a la simulación anteriormente realizada. Esto se debe a que el control geométrico corrector y control geométrico coinciden en el caso de que las fuerzas sean generables.

- Simulación 3: control geométrico, $y(t) = \cos(\frac{2\pi t}{T})$, con $T=3.5$ segundos

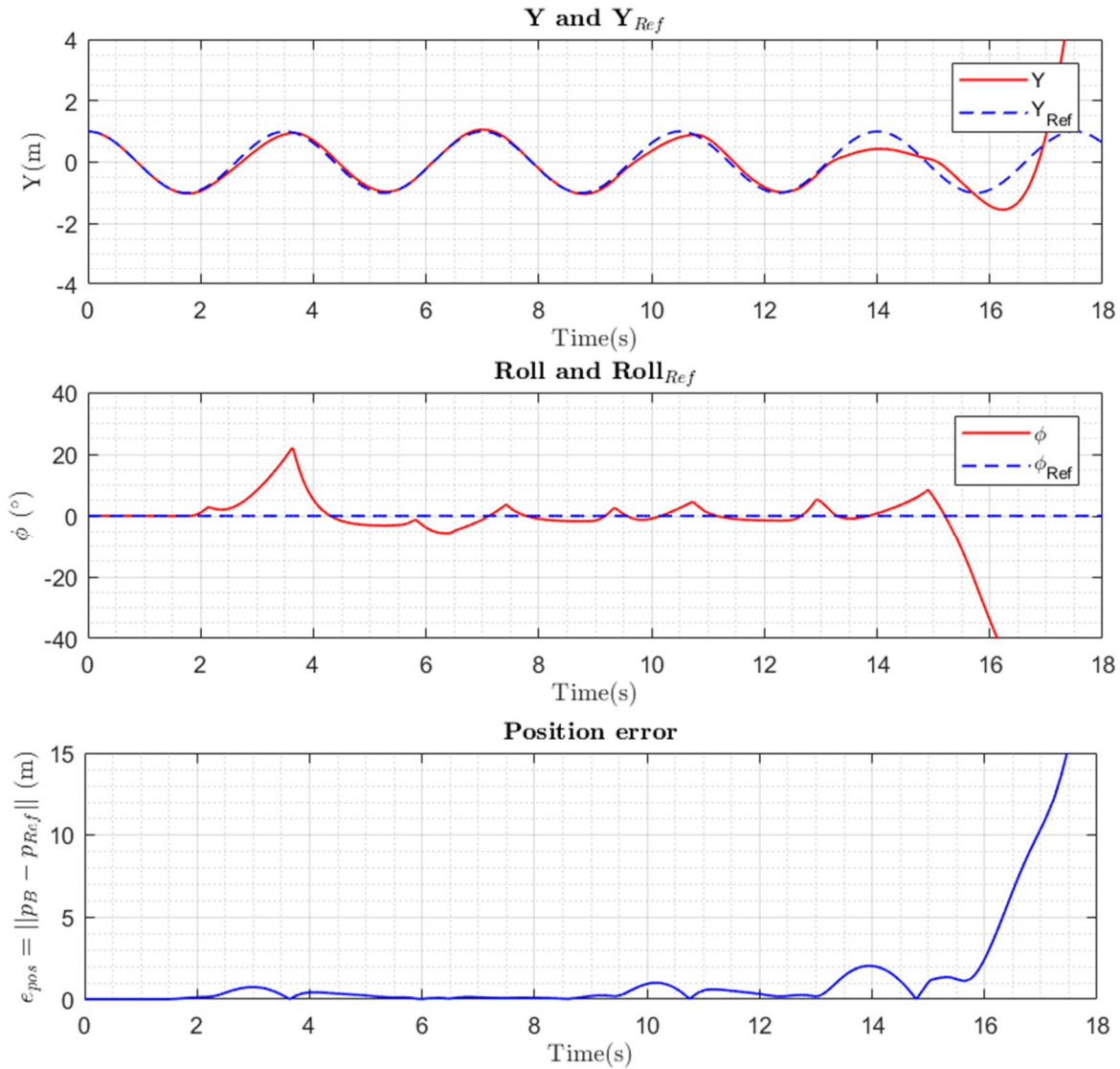


Figura 3-49. Control geométrico corrector vs control geométrico: simulación 3.

En esta tercera simulación, se ha reducido el periodo de la señal, por lo que la señal es más rápida. Para el caso del control geométrico, se puede ver cómo al principio sigue a la referencia, pero al final acaba inestabilizado, no siendo capaz de seguir la referencia.

- Simulación 4: control geométrico corrector, $y(t) = \cos(\frac{2\pi t}{T})$, con $T=3.5$ segundos.

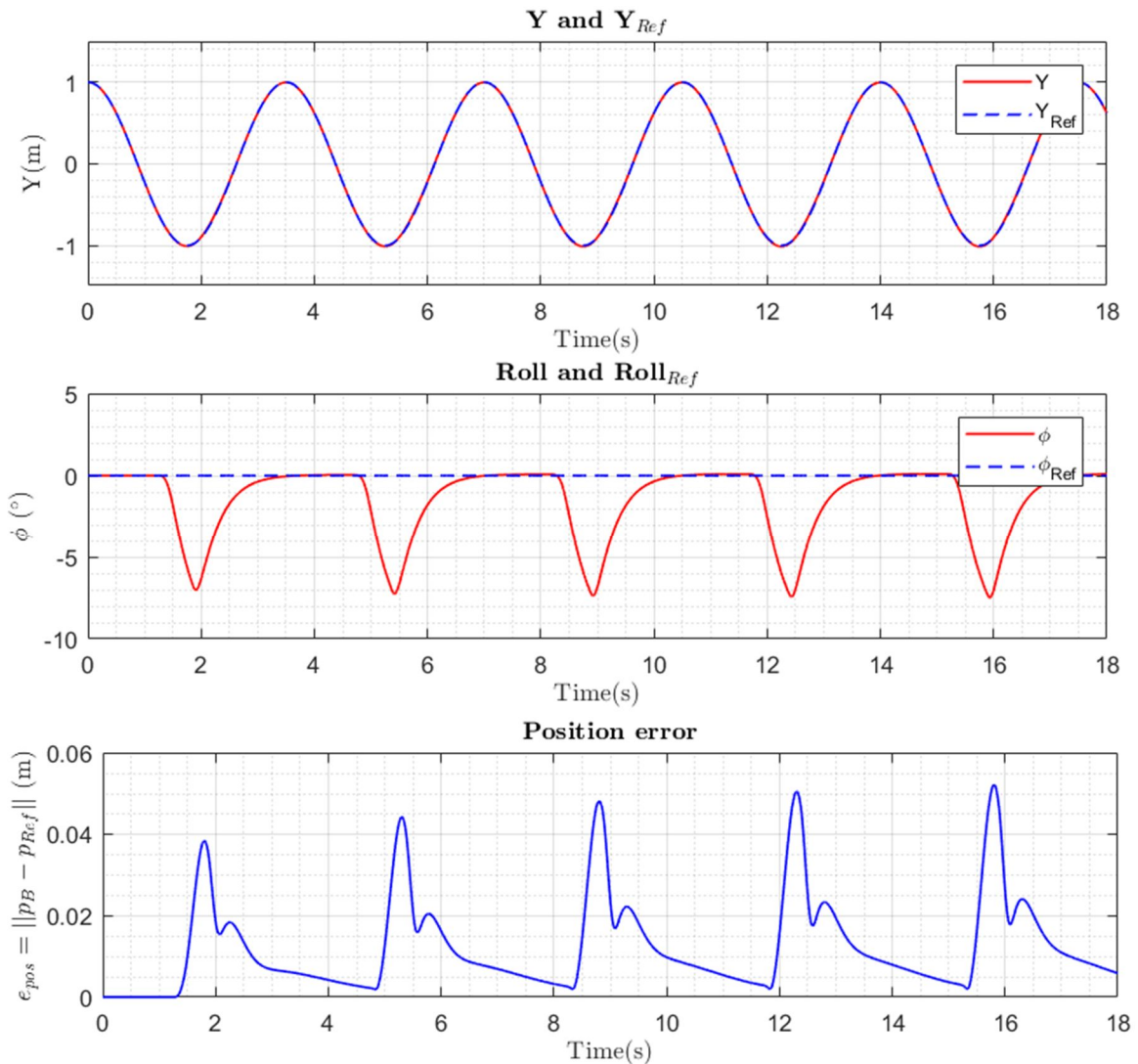


Figura 3-50. Control geométrico corrector vs control geométrico: simulación 4.

Para esta simulación, se puede ver cómo el control geométrico corrector sí es capaz de seguir a la referencia impuesta, la cual no consiguió seguir el controlador geométrico (ver simulación anterior). Además, se puede observar como esta vez el ángulo de roll varía. Esto se debe a que varía la orientación para poder generar las fuerzas impuestas por el controlador de posición.

Además, se puede ver cómo en las zonas de $y=-1$ el hexarotor varía su orientación, cosa que no ocurre cuando $y=1$. Aunque la intuición nos pudiera decir que el ángulo de roll tendría que parecerse más a un seno, esto no es así, ya que el hexarotor no es simétrico, ya que los giros de los motores son diferentes, y son realizados alrededor de ejes diferentes.

3.4.2 Comparación hexarotor de hélices inclinadas con uno de hélices coplanarias

Para comparar ambas configuraciones, se usará el control geométrico corrector, ya que este sí tiene en cuenta las fuerzas que se pueden generar en función de los ángulos α y β . Para el caso del hexarotor convencional, la matriz que relaciona velocidades de giro con fuerzas y momentos es una matriz 4×6 , y para obtener las velocidades necesarias para generar el empuje y los tres momentos se usará la pseudo-inversa de dicha matriz (ver apartado 2.5).

La simulación consistirá un movimiento sinusoidal como el anteriormente realizado. Se representará el movimiento en Y y el ángulo de roll, ya que el hexarotor convencional modificará su ángulo de roll para poder

seguir el movimiento. Posteriormente, se simulará la trayectoria circular ascendente simulada en apartados anteriores.

Hay que mencionar que, para este caso, hay que ajustar el controlador para cada caso, ya que el sistema no es el mismo, al cambiar la matriz que relaciona fuerzas y momentos con velocidades de los rotores.

- Simulación 1: control geométrico corrector, $y(t) = \cos(\frac{2\pi t}{T})$ con $T=8$ segundos.

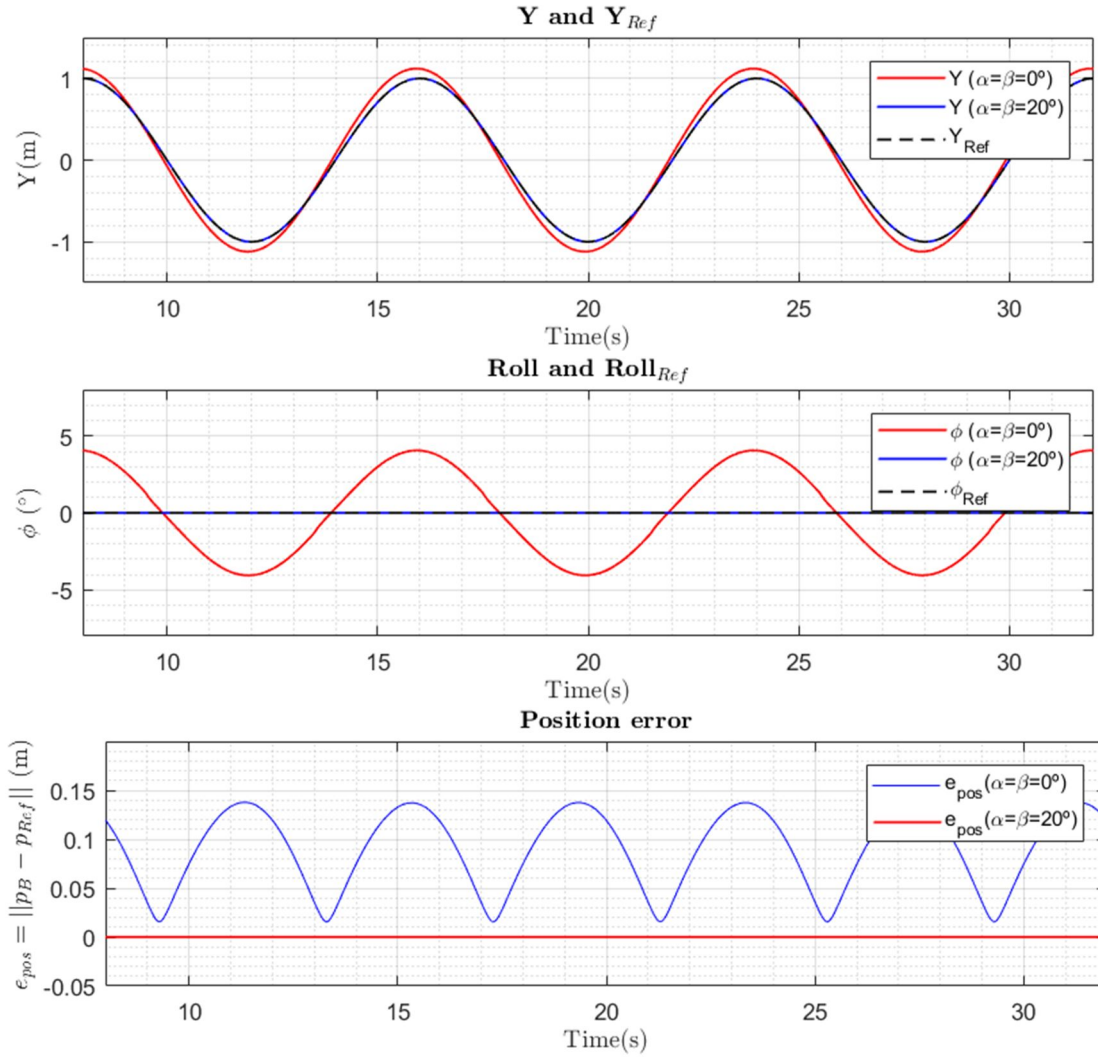


Figura 3-51. Hexarotor de hélices inclinadas vs hexarotor de hélices coplanarias: simulación 1.

Para esta simulación, se puede ver cómo el hexarotor de hélices inclinadas ($\alpha = \beta = 20^\circ$) sigue mejor la trayectoria que el hexarotor de hélices coplanarias ($\alpha = \beta = 0^\circ$). Además, se puede observar cómo el hexarotor de hélices coplanarias necesita modificar su ángulo de roll para poder seguir la referencia, a diferencia del hexarotor de hélices inclinadas, el cual no modifica su orientación. Esta vez las variaciones del ángulo de roll si se parecen más a un seno, ya que la configuración sí es simétrica respecto a los dos ejes, al tener valores nulos en α y β .

- Simulación 2: control geométrico corrector, movimiento circular ascendente.

Simulando en primer lugar para el hexarotor de hélices inclinadas se obtiene:

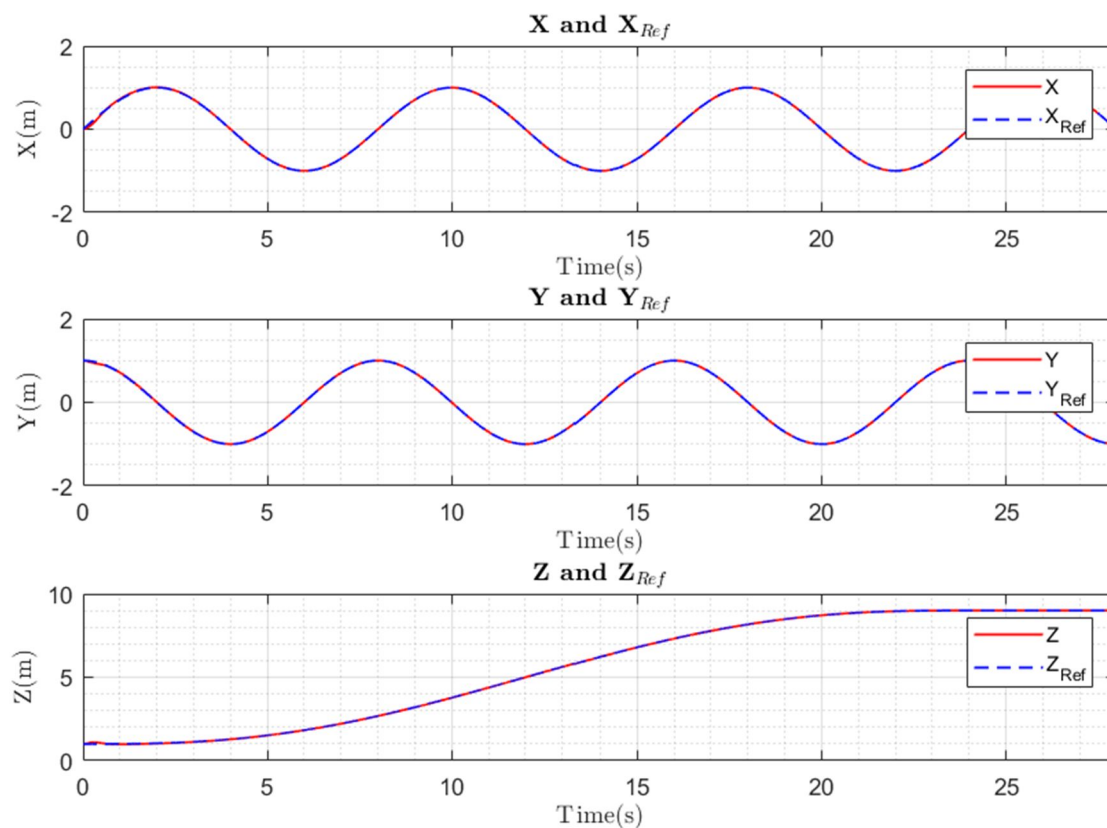


Figura 3-52. Hexarotor de hélices inclinadas: simulación 2, posición

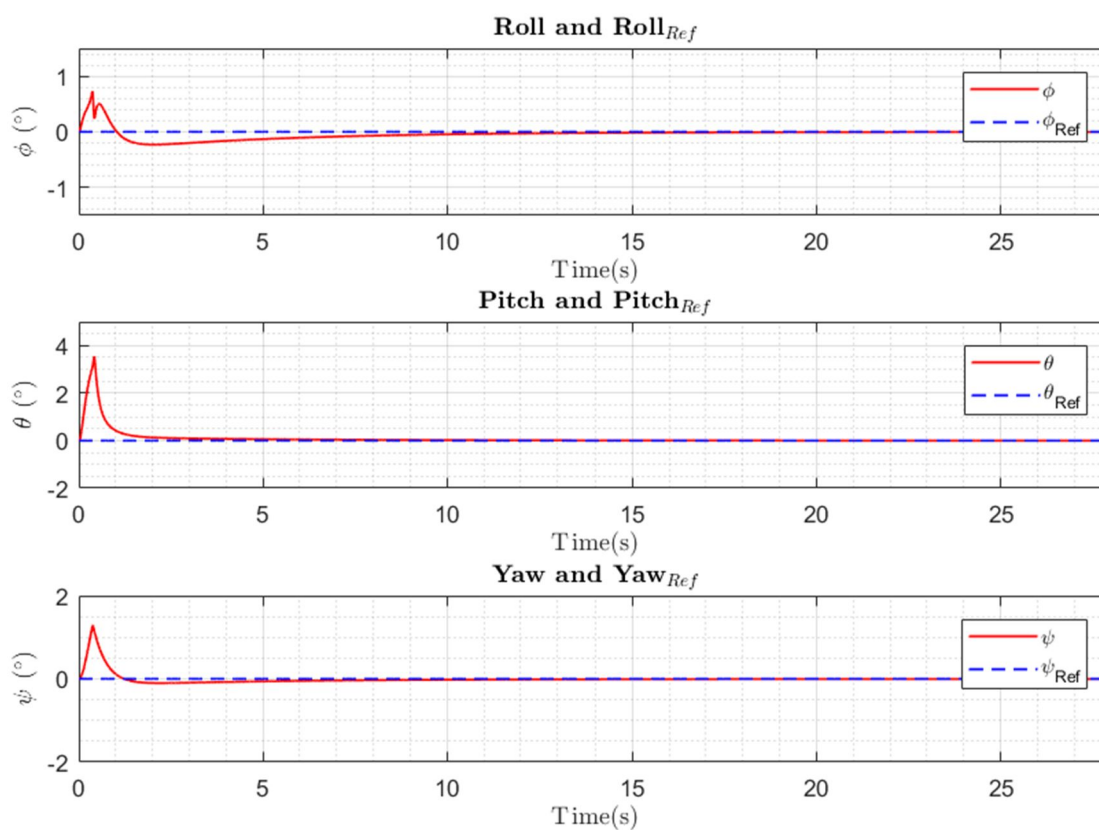


Figura 3-53. Hexarotor de hélices inclinadas: simulación 2, orientación.

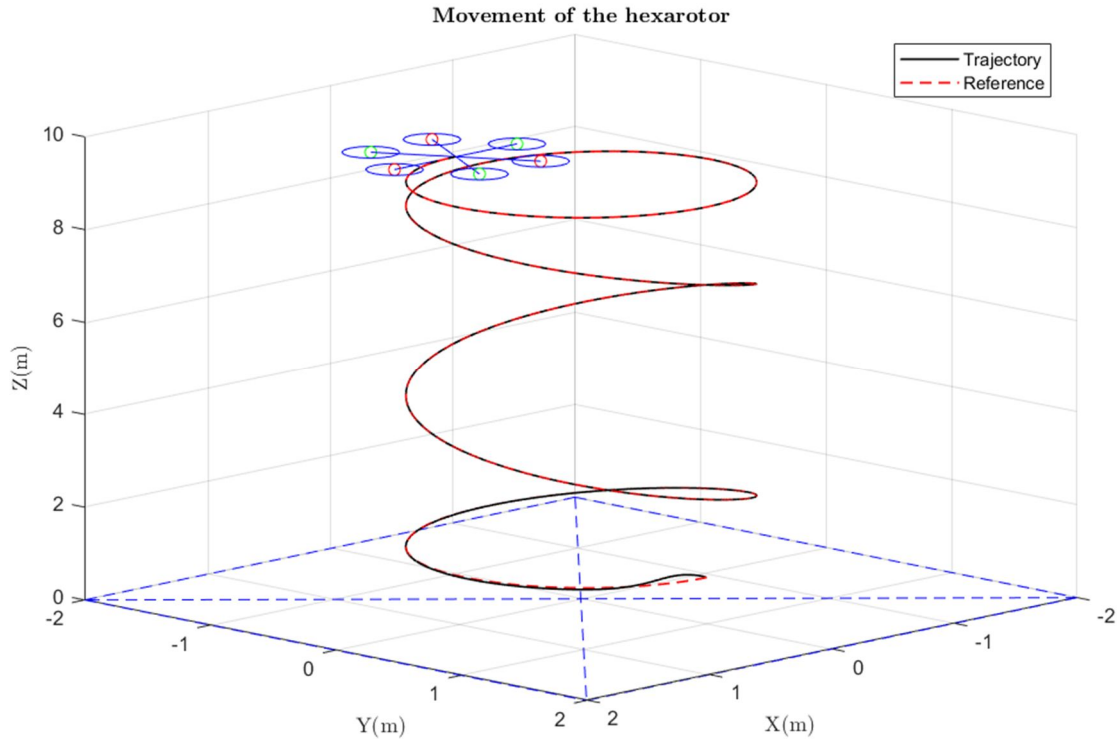


Figura 3-54. Hexarotor de hélices inclinadas: simulación 2, vista 3D.

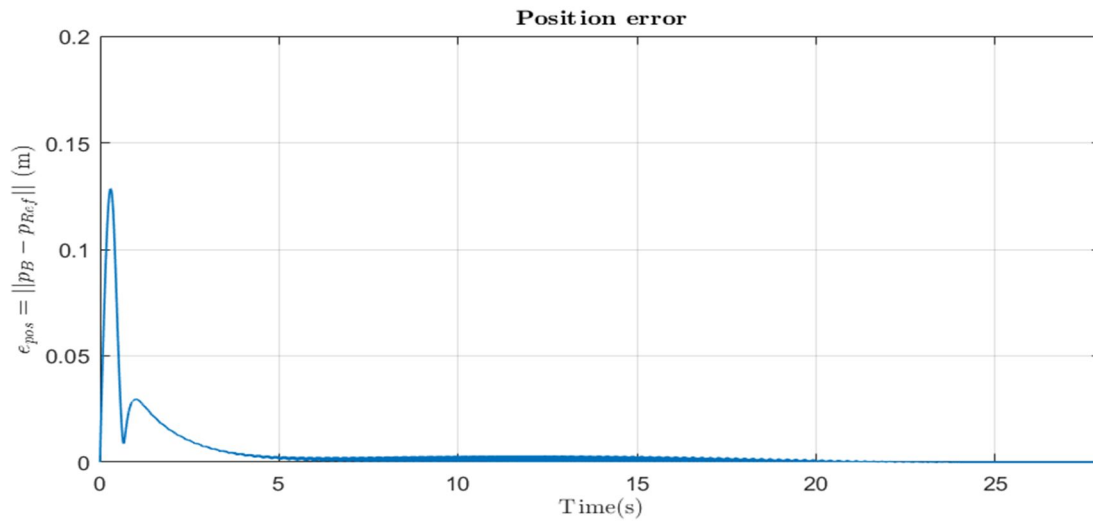


Figura 3-55. Hexarotor de hélices inclinadas: simulación 2, error.

Para el caso de un hexarotor de hélices inclinadas, se puede ver cómo sigue sin problemas la referencia impuesta. Además, en el arranque necesita modificar algo su orientación para poder seguir la referencia, pero después su orientación es la de referencia.

A continuación, se simulará la misma trayectoria, pero para un hexarotor de hélices coplanarias. Simulando se obtiene lo siguiente:

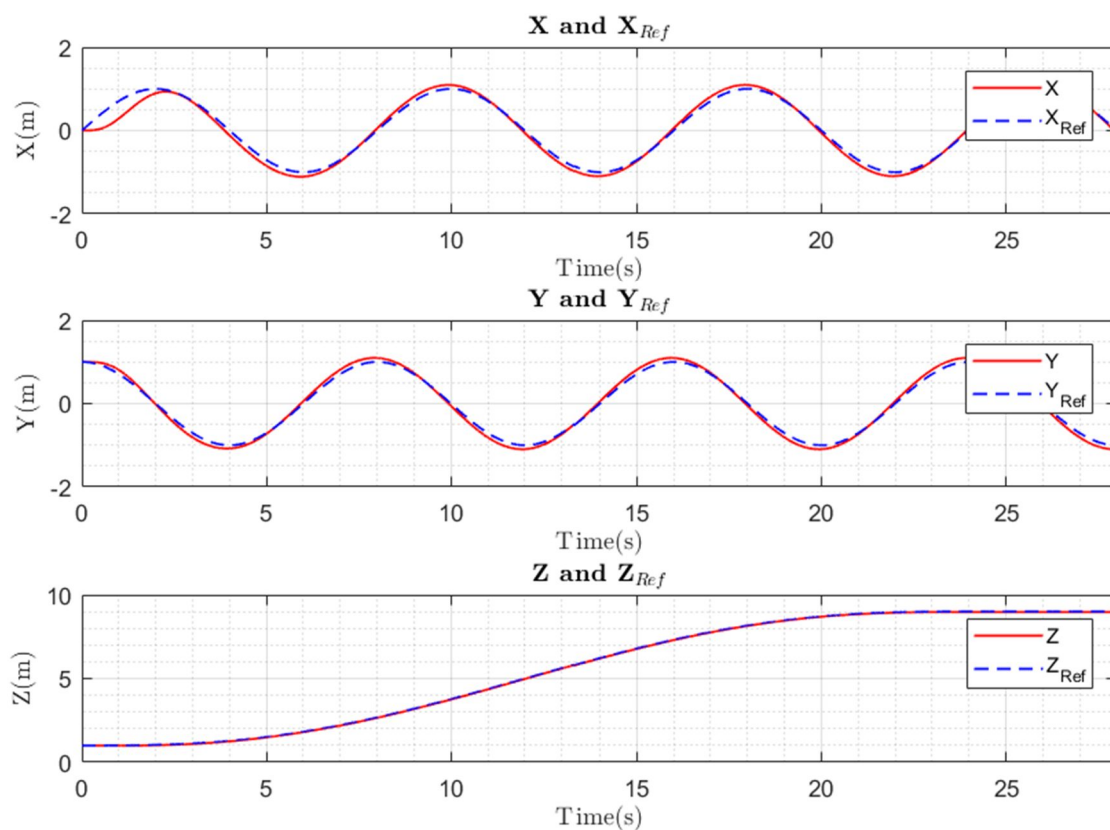


Figura 3-56. Hexarotor de hélices coplanarias: simulación 2, posición.

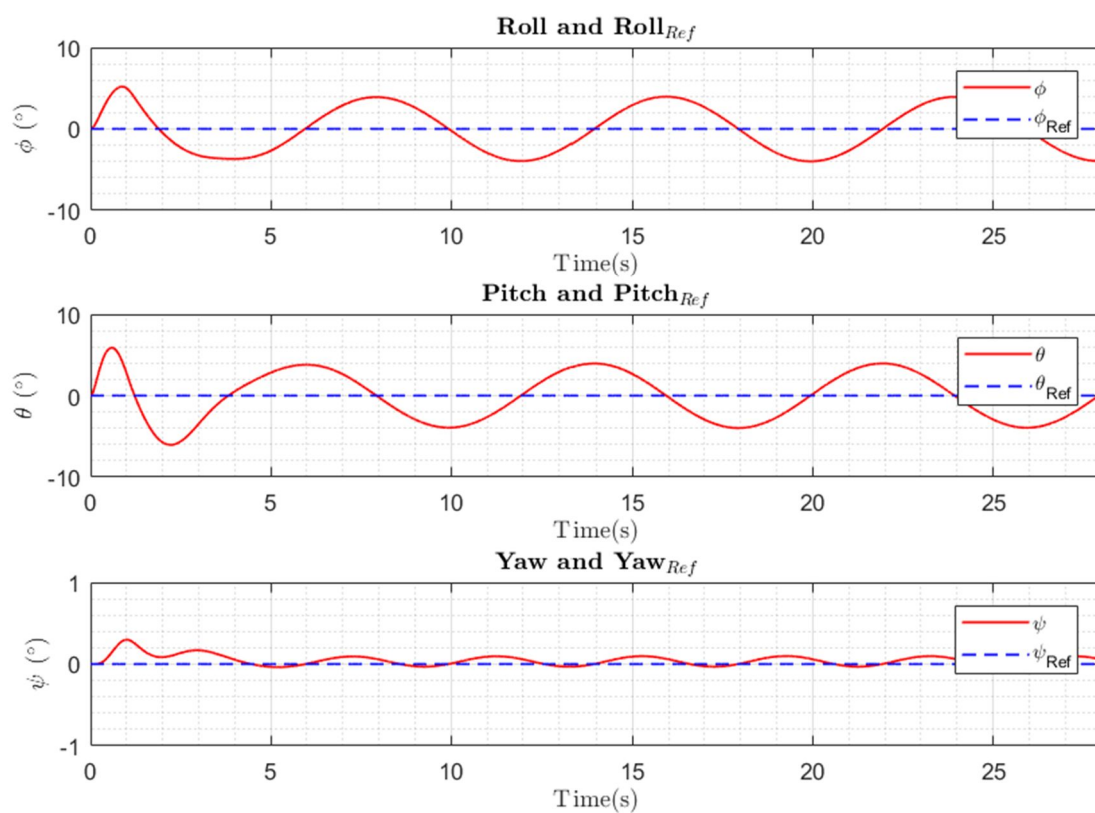


Figura 3-57. Hexarotor de hélices coplanarias: simulación 2, orientación.

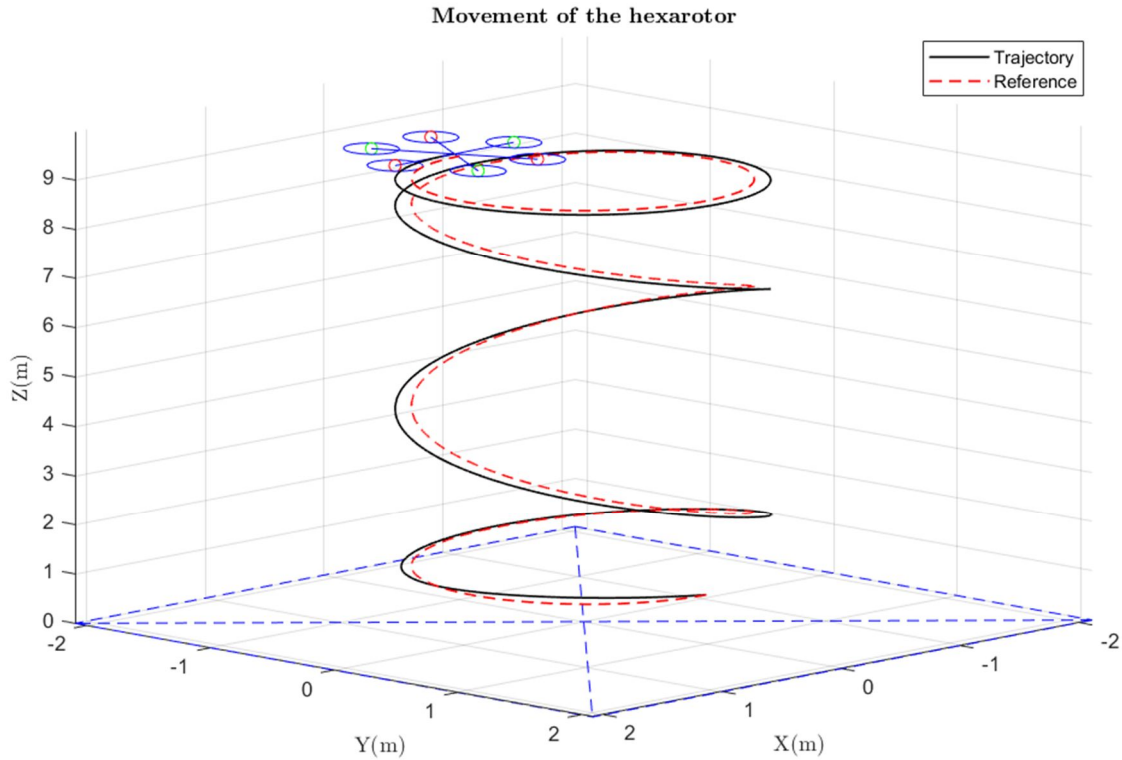


Figura 3-58. Hexarotor de hélices coplanarias: simulación 2, vista 3D.

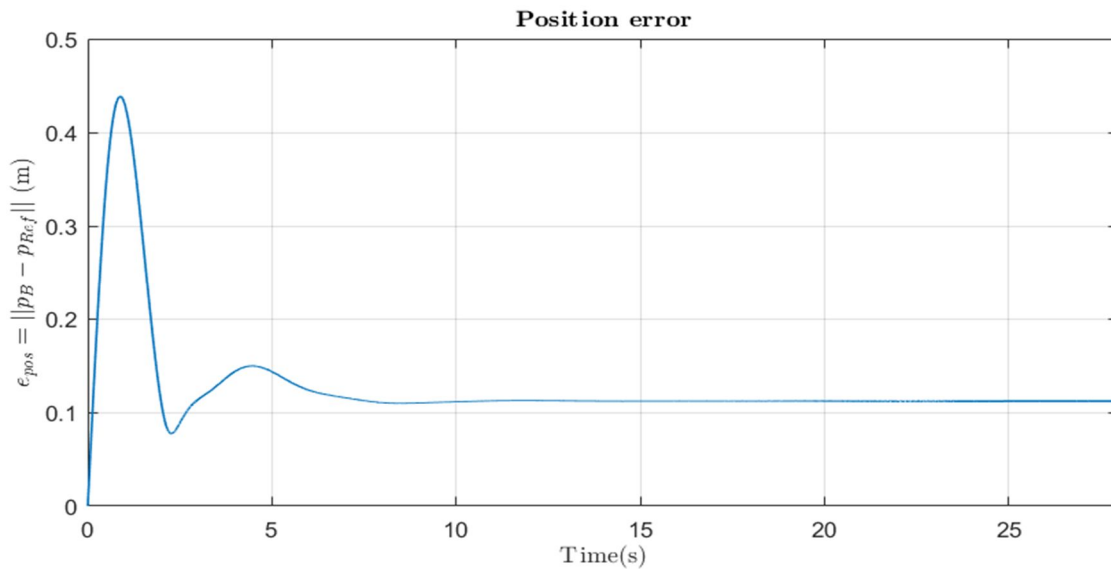


Figura 3-59. Hexarotor de hélices coplanarias: simulación 2, error.

En primer lugar, se puede ver como esta vez el seguimiento no se realiza con tanta precisión como ocurría con el hexarotor de hélices inclinadas, sino que hay algo de error. Además, se puede ver cómo es necesario variar los ángulos para poder seguir la referencia en posición.

3.5 Comportamiento ante perturbaciones.

Una vez visto los diferentes controladores, resulta interesante ver su comportamiento ante perturbaciones. La mayor diferencia entre los distintos controladores se da entre el PID en cascada (muy parecido al PID) y el geométrico (análogo al geométrico corrector si las fuerzas son generables), por lo tanto, se compararán estos dos controladores ante perturbaciones.

La perturbación que se simulará consistirá en un par externo aplicado al hexarotor. Este par se aplicará en el eje

X, por lo tanto, el mayor efecto que tendrá será sobre el ángulo de roll. Se utilizarán dos señales diferentes como perturbaciones. Para ambas señales se variará el valor de pico y el tiempo que se aplica. Las dos señales a aplicar como perturbaciones externas son las siguientes:

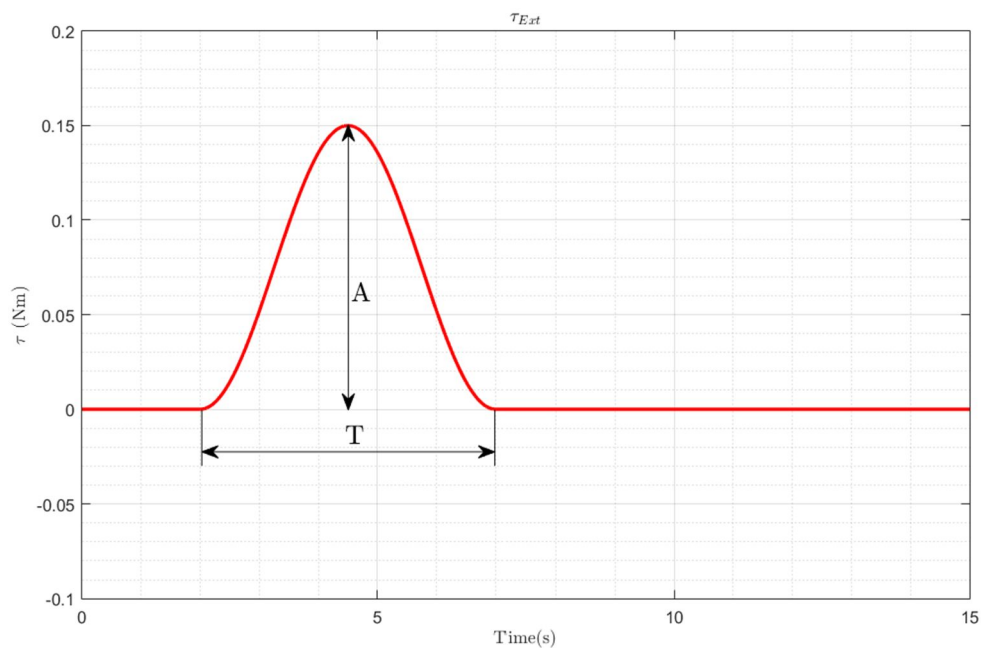


Figura 3-60. Comportamiento ante perturbaciones: señal 1.

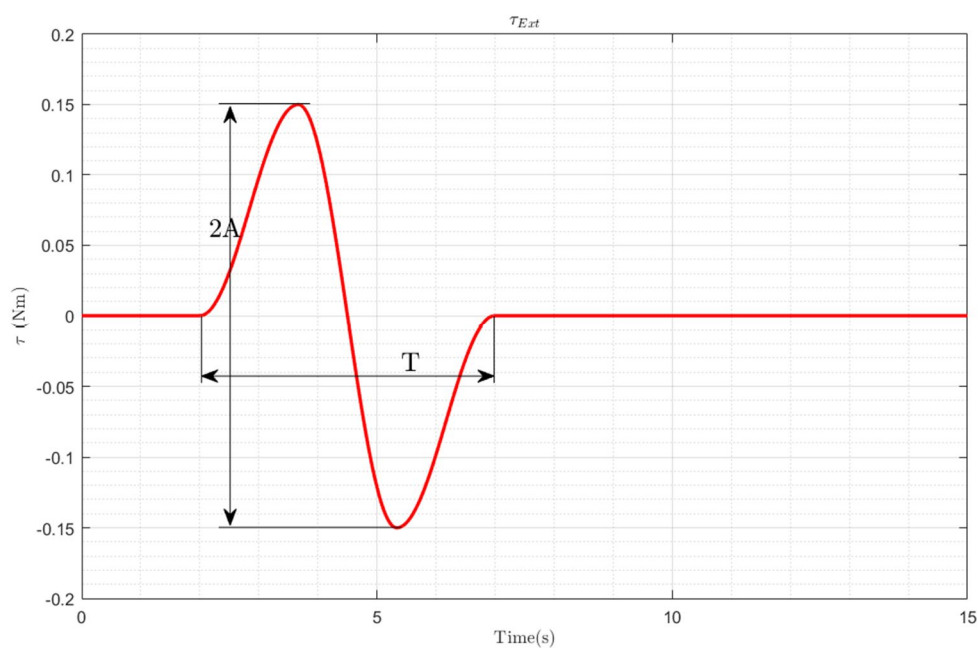


Figura 3-61. Comportamiento ante perturbaciones: señal 2.

Los diferentes valores de la amplitud de la señal y el tiempo de aplicación se pueden ver en la siguiente tabla.

Tabla 3-1. Valores de amplitud y tiempo de aplicación de la perturbación.

$A(Nm)$	$T(s)$	
0.1	3	5
0.2	3	5

Antes de ver los diferentes resultados de simulación, hay que añadir que se ha tenido que reajustar los

controladores para que tenga una buena respuesta ante perturbaciones, sin empeorar demasiado la respuesta ante escalón.

3.5.1 Perturbación con señal 1.

Para el caso de la señal 1, para los diferentes valores de amplitud y tiempo de aplicación de la Tabla 3-1, se obtienen los siguientes resultados:

- Control PID en cascada: señal 1.

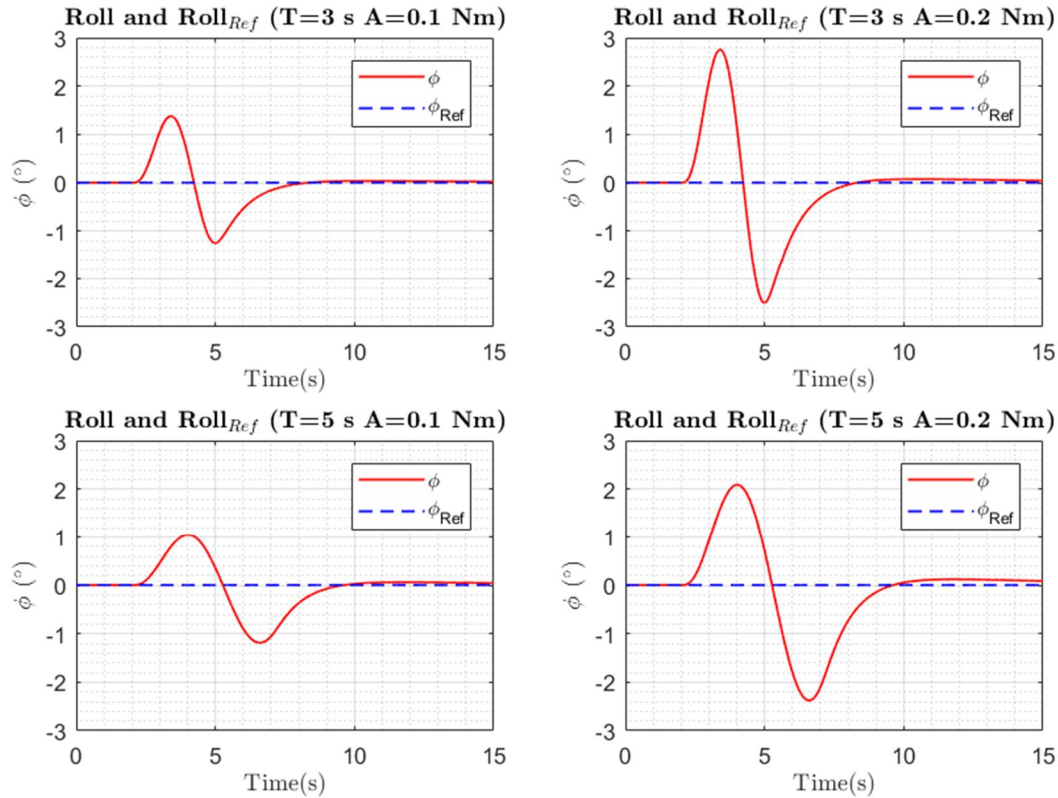


Figura 3-62. Control PID en cascada: perturbación con señal 1, ángulo de roll.

Como se puede ver, el caso más desfavorable se da para el mayor valor de amplitud ($A=0.2$ Nm) y para el menor valor de tiempo de aplicación ($T=3$ s). Además, se puede ver cómo, aunque la señal aplicada tenga un único pico, el hexarotor tiene dos picos en el ángulo de roll. El máximo del ángulo de roll tiene un valor de casi 3° .

- Control geométrico: señal 1.

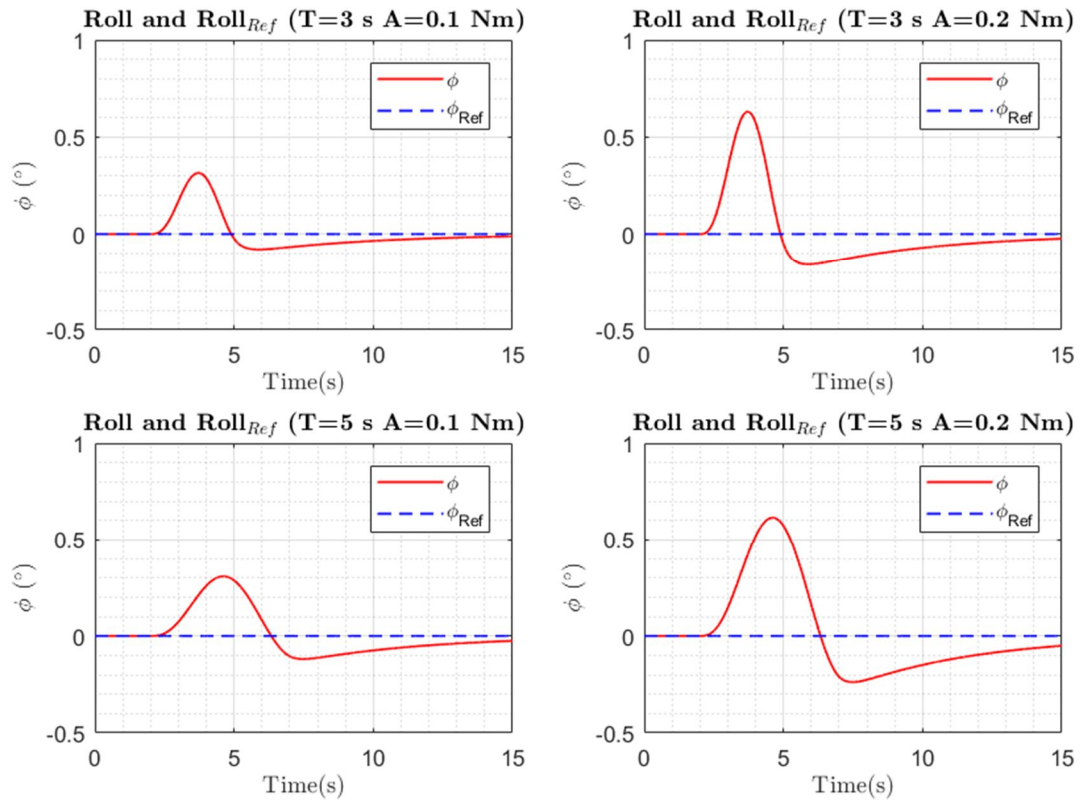


Figura 3-63. Control geométrico: perturbación con señal 1, ángulo de roll.

Para el caso de control geométrico, se puede ver que los valores de los picos son muchos menores. Además, esta vez hay un único pico en la respuesta del ángulo de roll. El valor máximo de roll tiene un valor de unos 0.7° , mucho menor que los casi 3° que se tenía con el control PID.

Los resultados obtenidos para el caso de la señal 1 nos muestran cómo el control geométrico tiene una mejor respuesta ante perturbaciones que el control PID en cascada.

3.5.2 Perturbación con señal 2.

Para el caso de la señal 2, para los diferentes valores de amplitud y tiempo de aplicación de la Tabla 3-1, se obtienen los siguientes resultados:

- Control PID en cascada: señal 2.

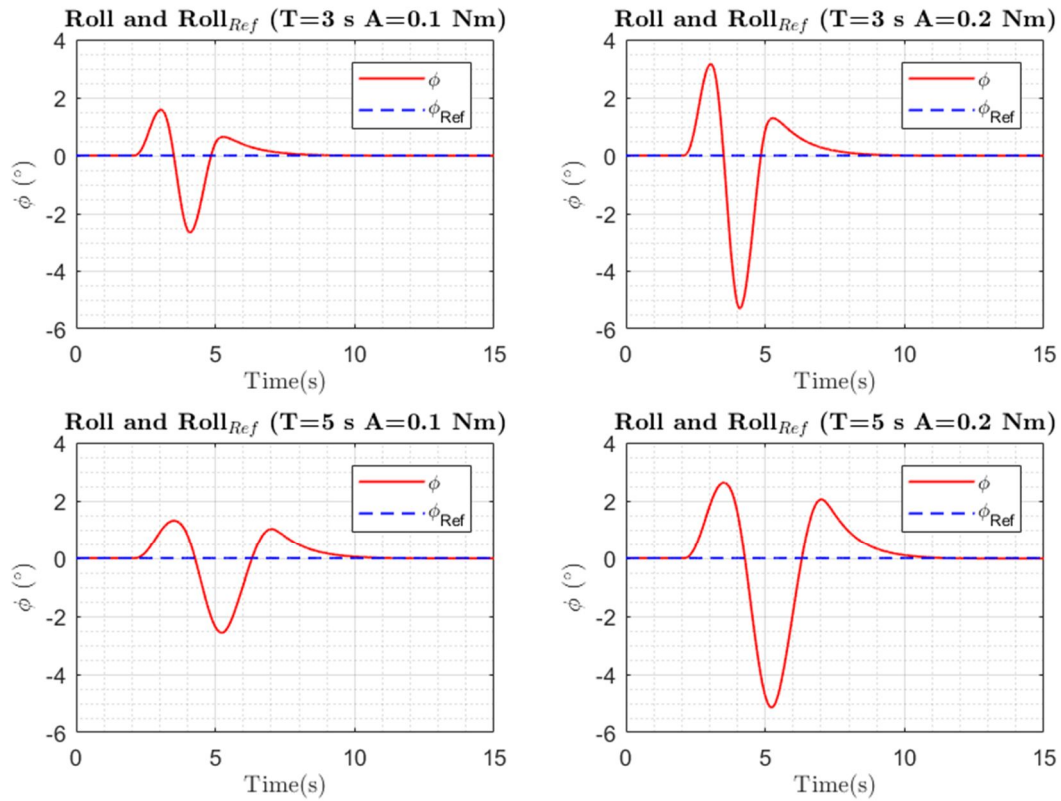


Figura 3-64. Control PID en cascada: perturbación con señal 2, ángulo de roll.

Para la señal 2, la cual tiene dos picos, se observa cómo aparecen tres picos en el ángulo de roll con el control PID en cascada. Además, el valor máximo del ángulo de roll es de casi -6° , el cual se da de nuevo para el menor tiempo de aplicación (T=3 s) y para la mayor amplitud de la perturbación (A=0.2 Nm).

- Control geométrico: señal 2.

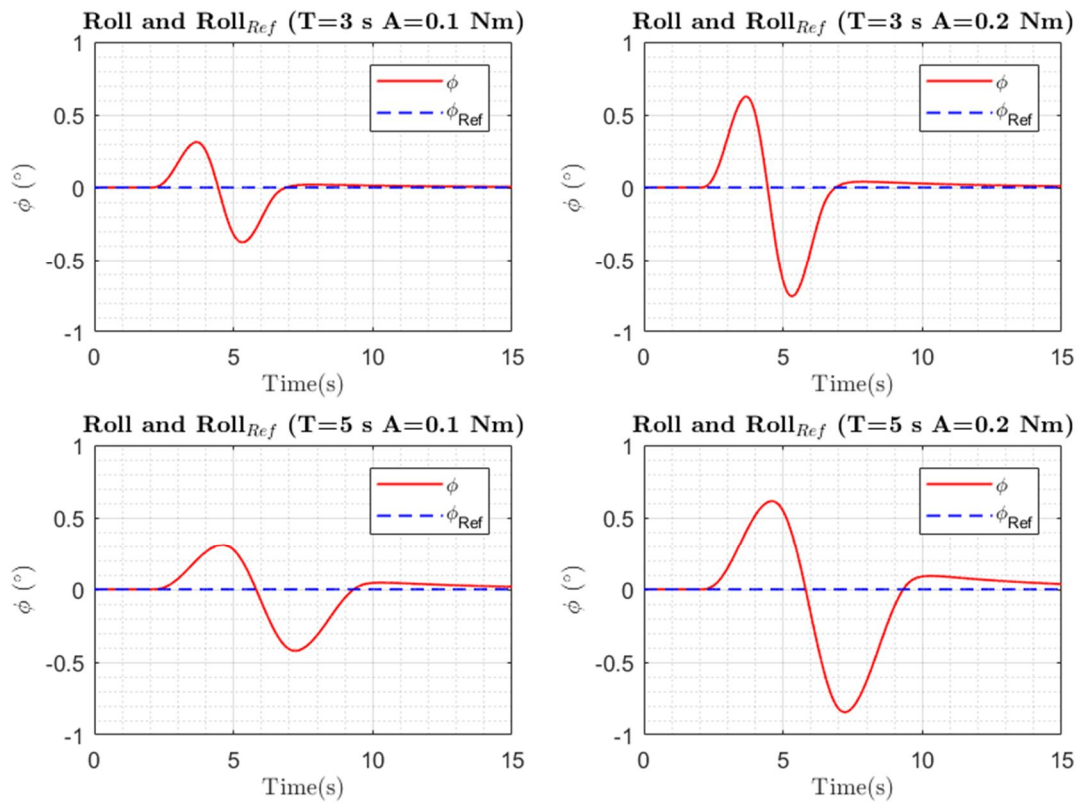


Figura 3-65. Control geométrico: perturbación con señal 2, ángulo de roll.

Para este caso, el ángulo de roll tiene dos picos, los mismos que la señal. El valor máximo del ángulo de roll es de -0.8° .

Con estos resultados, se puede ver como el control geométrico tiene mejor respuesta ante perturbaciones que el control PID en cascada, ya que es capaz de estabilizar al hexarotor de manera más suave, y sin tener demasiados picos en el ángulo de roll.

Además, viendo también las diferentes simulaciones se puede concluir que el hexarotor con el control geométrico corrector es el que mejor comportamiento tiene ante referencias y ante perturbaciones. Finalmente, el control geométrico corrector tiene la misma respuesta que el control geométrico siempre que no se obtengan fuerzas no realizables, en cuyo caso, el control geométrico corrector varía la orientación para intentar generarlas.

4 EFECTOS AERODINÁMICOS

Cuando un multicoptero vuela cerca de una superficie, aparecen efectos que varían la tracción del multicoptero. Algunas superficies que producen estos efectos son el suelo, la pared, el techo... En este capítulo se simularán situaciones en las que estos efectos afecten al vuelo del hexarotor. Concretamente, se tendrá en cuenta el efecto suelo, ya que los otros efectos no se tiene demasiada información

En primer lugar, se explicará concretamente en qué consiste el efecto suelo, y se verán diferentes modelos que se pueden usar para tener en cuenta el efecto suelo en las simulaciones. Entre los modelos presentados, se elegirá uno de ellos para modelar el efecto suelo en las simulaciones.

Una vez que se elija un modelo, se simulará el hexarotor de hélices inclinadas con efecto suelo y después sin él. Además, se verá la influencia de la distancia al suelo en el efecto suelo.

A continuación, se intentará corregir el efecto suelo mediante un estimador de efecto suelo. Se realizarán diferentes simulaciones en las que se verá la respuesta del hexarotor con estimador de efecto suelo, sin estimador de efecto suelo y con errores de estimación.

Finalmente, se simulará un hexarotor de hélices inclinadas y un hexarotor de hélices coplanarias, ambos bajo la acción del efecto suelo, comparándose ambas respuestas.

En este capítulo se usa la siguiente terminología:

- **IGE:** *In ground effect* – Afectado por el efecto suelo.
- **OGE:** *Out ground effect* – No afectado por el efecto suelo.

4.1 Descripción

El efecto suelo es un fenómeno que aparece cuando un vehículo aéreo vuela cerca del suelo. Cuando un helicóptero vuela lejos de otros objetos su campo de fluidos no tiene alteraciones, y hay una determinada diferencia de presiones entre la zona superior y la zona inferior.

Cuando el helicóptero vuela cerca del suelo, su campo de velocidades y presiones se ve alterado por la presencia del suelo. El flujo de aire que pasa de la zona superior a la zona inferior del rotor no puede seguir avanzando debido a que el suelo impone una velocidad nula al fluido. Esto provoca un incremento de presiones en la zona inferior del rotor, aumentando la sustentación del helicóptero.

Este efecto se puede explicar considerando la energía de un fluido como su velocidad y su presión. Despreciando las pérdidas, la suma de estos dos términos permanece constante, por lo tanto, la pérdida de velocidad por la

presencia del suelo se traduce en un aumento de presiones. En la figura 4-1 se puede ver este efecto.

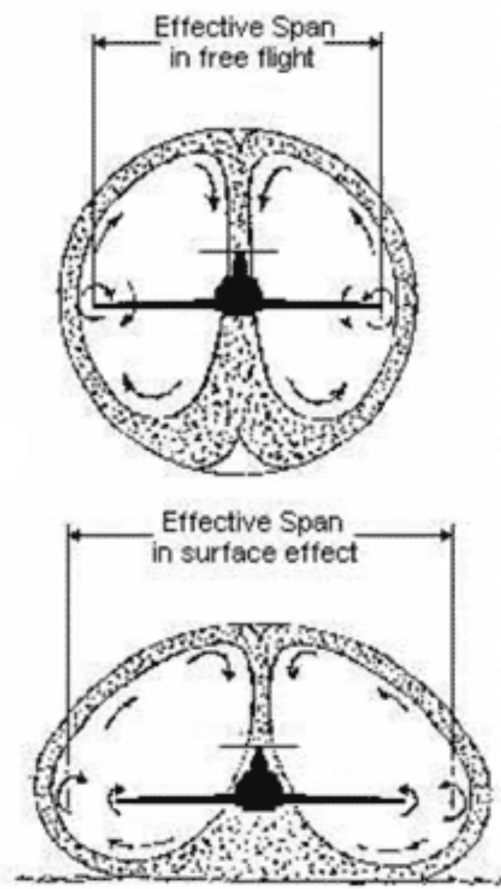


Figura 4-1. Efecto suelo [1].

Este aumento de sustentación que aparece por volar (en caso de aviones y helicópteros) cerca del suelo permite realizar vuelos seguros cerca del suelo y vuelos más eficientes debido al ahorro de energía. Este efecto no solo es aprovechado en campos de la aeronáutica, sino también es aprovechado en el automovilismo para aumentar el agarre de los vehículos.

4.2 Modelo del efecto suelo

Para contabilizar el efecto suelo, se define un factor k_G que compara el empuje sin efecto suelo y el empuje con el efecto suelo.

$$\frac{T_{IGE}}{T_{OGE}} = \frac{1}{k_G} \quad (4-1)$$

4.2.1 Modelo de *Cheeseman and Bennett*

Uno de los modelos más utilizados en helicópteros para aproximar el valor de k_G es el modelo de *Cheeseman and Bennett* [10]. El valor de k_G sigue la siguiente expresión.

$$k_G = 1 - \frac{1}{16} \left(\frac{R}{z} \right)^2 \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{\mu}{\lambda_i} \right)^2} \right) \quad (4-2)$$

Siendo:

- R el radio del rotor.
- z la altura de vuelo medida desde el plano de giro de los rotores.
- $\mu = \frac{U_\infty \cos \alpha_r}{\Omega R}$ es el coeficiente de avance (U_∞ la velocidad de avance, α_r el ángulo de ataque del rotor, Ω las revoluciones por minuto del rotor).
- $\lambda_i = \frac{v_i}{\Omega R}$ es la velocidad inducida adimensionalizada.

A medida que aumenta la velocidad de avance el efecto suelo es menos notable, ya que a medida que aumenta la velocidad la estela de aire es lanzada hacia atrás. Esto se observa en las siguientes imágenes, en las que desde (a) hasta (d) aumenta la velocidad de avance del helicóptero.

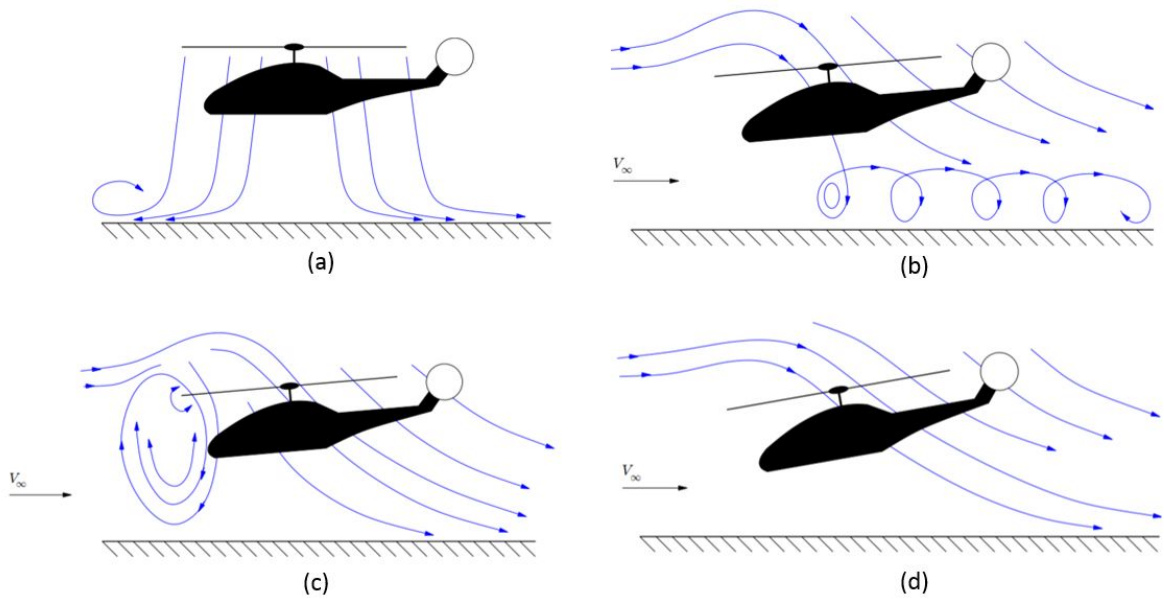


Figura 4-2. Efecto suelo en un helicóptero para distintas velocidades de avance [11].

En la siguiente imagen se puede ver cómo al alejarse del suelo, el efecto suelo disminuye rápidamente.

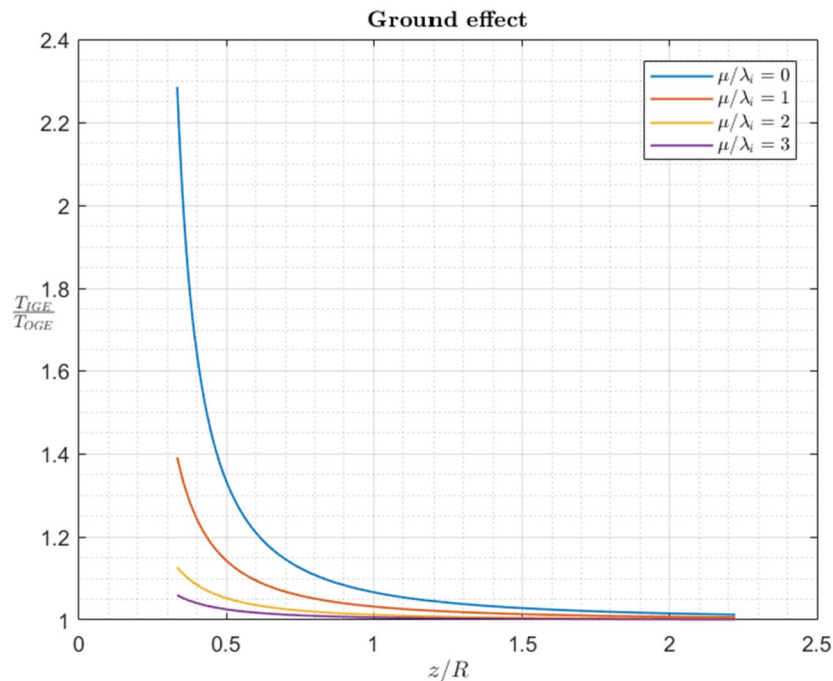


Figura 4-3. Efecto suelo con la ecuación de *Cheeseman and Bennett*.

Experimentalmente se ha demostrado que la ecuación de *Cheeseman and Bennett* aproxima bastante bien el efecto suelo para el caso de un único rotor. En [2] se llevan a cabo dichos experimentos y se obtiene la gráfica de la figura 4-4. En dicha gráfica se representa en negro los valores con la ecuación de *Cheeseman and Bennett*, en azul y naranja los valores para resultados experimentales con dos motores diferentes.

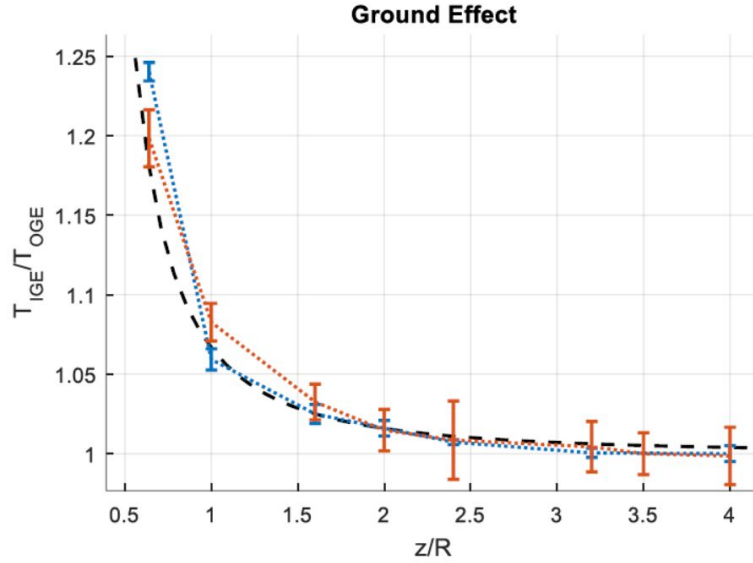


Figura 4-4. Ecuación de *Cheeseman and Bennett* vs resultados experimentales de un único rotor [2].

Para varios rotores los valores de la ecuación discrepan con los resultados experimentales obtenidos. En el siguiente apartado veremos una manera de aproxima el efecto suelo en un quadrotor.

4.2.2 Efecto suelo en un quadrotor mediante el método de las imágenes.

La ecuación de *Cheeseman and Bennett* se ha utilizado sobre todo con helicópteros, ya que aproxima bastante bien el efecto en el caso de un único rotor. Sin embargo, para el caso de un multirrotor no se obtienen tan buenos resultados con dicho modelo. Esto puede ser por que los flujos de aire de cada rotor pueden interferir entre sí.

Para ello, en [2], se usa flujo potencial y el método de las imágenes para poder obtener un modelo del efecto suelo en el caso de multirrotores. Para ello se colocan cuatro fuentes distanciadas una distancia d que sustituyen a los rotores, y sus cuatro imágenes: $\phi_{1,5}: (0,0,\pm z)$, $\phi_{2,6}: (0,d,\pm z)$, $\phi_{3,6}: (d,0,\pm z)$ y $\phi_{4,8}: (d,d,\pm z)$, donde $\phi_{i,i+4}$ representa el potencial de velocidad del rotor i y su imagen ($i + 4$). Aplicando esto, se obtiene la siguiente expresión para el efecto suelo.

$$\frac{T_{IGE}}{T_{OGE}} = \frac{1}{1 - \left(\frac{R}{4z}\right)^2 - R^2 \frac{z}{\sqrt{(d^2 + 4z^2)^3}} - \frac{R^2}{2} \frac{z}{\sqrt{(2d^2 + 4z^2)^3}}} \quad (4-3)$$

Se puede ver en la expresión (4-3) cómo hay un incremento del efecto suelo, al aparecer dos nuevos términos en el denominador, los cuales no aparecían en el modelo de *Cheeseman and Bennett*. En la figura 4-5 se representa en negro el resultado con el *Cheeseman and Bennett*, en rojo los resultados experimentales con un único rotor, en azul la expresión obtenida mediante flujo potencial y el método de las imágenes para el caso de un quadrotor y en verde los resultados experimentales con un quadrotor.

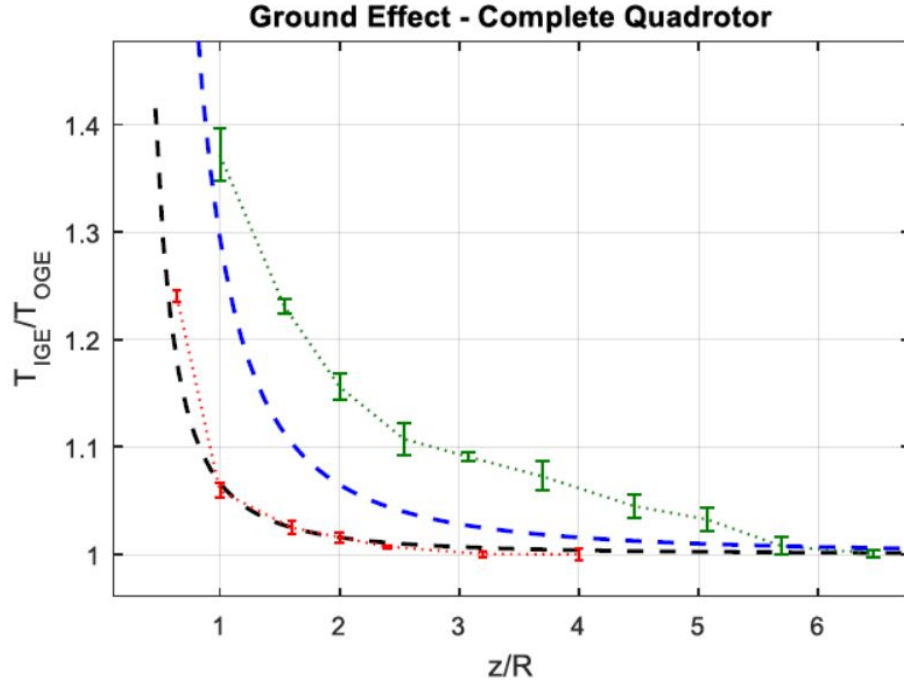


Figura 4-5. Efecto suelo con el método de las imágenes [2].

Como se puede ver, hay una notable diferencia entre los resultados experimentales y los resultados con la expresión obtenida mediante flujo potencial y el método de las imágenes. En el siguiente apartado se verá una expresión que se ajuste mejor a los resultados experimentales.

4.2.3 Efecto suelo en un quadrotor ajustando los resultados del método de las imágenes.

Finalmente, se añade un término a la expresión obtenida mediante el método de las imágenes, para obtener una expresión que se ajuste a los resultados experimentales.

$$\frac{T_{IGE}}{T_{OGE}} = \frac{1}{1 - \left(\frac{R}{4z}\right)^2 - R^2 \frac{z}{\sqrt{(d^2 + 4z^2)^3}} - \frac{R^2}{2} \frac{z}{\sqrt{(2d^2 + 4z^2)^3}} - 2R^2 \frac{z}{\sqrt{(b^2 + 4z^2)^3}} K_b} \quad (4-4)$$

donde b es la distancia entre dos rotores opuesto, es decir, la distancia de la diagonal, y K_b es un parámetro que ajusta la expresión a los resultados experimentales. Tomando $K_b = 2$, se obtiene los resultados de la figura 4-6.

En dicha gráfica se representa en negro los resultados con el modelo de *Cheeseman and Bennett* para un único rotor, en rojo los resultados experimentales para un único rotor, en verde los resultados experimentales para un quadrotor y en azul los resultados con la expresión (4-4), que incluye el ajuste realizado al resultado del modelo obtenido con el método de las imágenes.

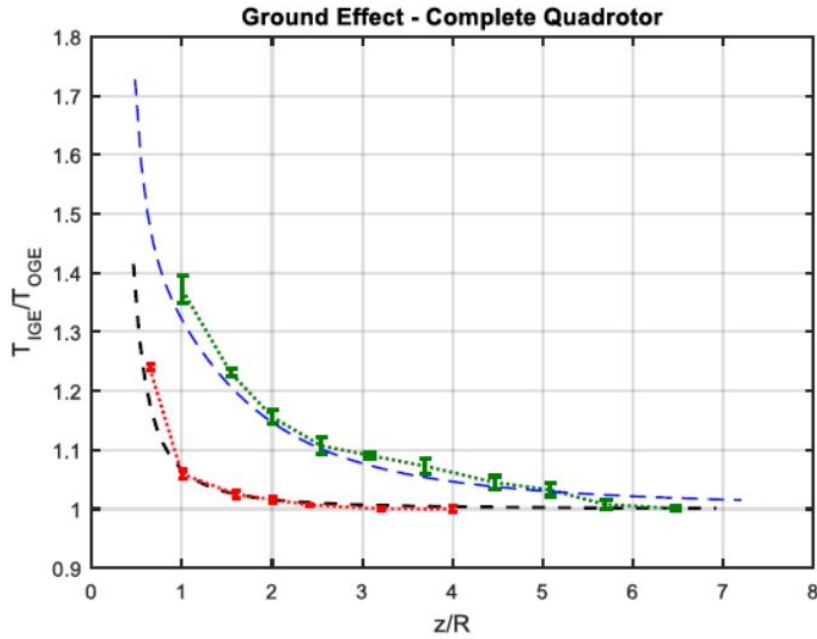


Figura 4-6. Efecto suelo ajustando los resultados del método de las imágenes [2].

Esta ecuación es la que se usará para modelar el efecto en las distintas simulaciones, ya que es la que más se aproxima a los resultados experimentales.

4.3 Simulaciones con efecto suelo.

En este apartado, se llevarán a cabo diferentes simulaciones para ver el comportamiento del hexarotor cuando afecta el efecto suelo. El hexarotor de hélices no coplanarias que se simulará tiene las mismas características que el simulado en el capítulo de control (capítulo 3).

Cuando el hexarotor vuela cerca del suelo, y todas sus hélices están relativamente cerca del suelo, el efecto suelo tiende a estabilizar al hexarotor. Esto se puede ver en la figura 4-7.

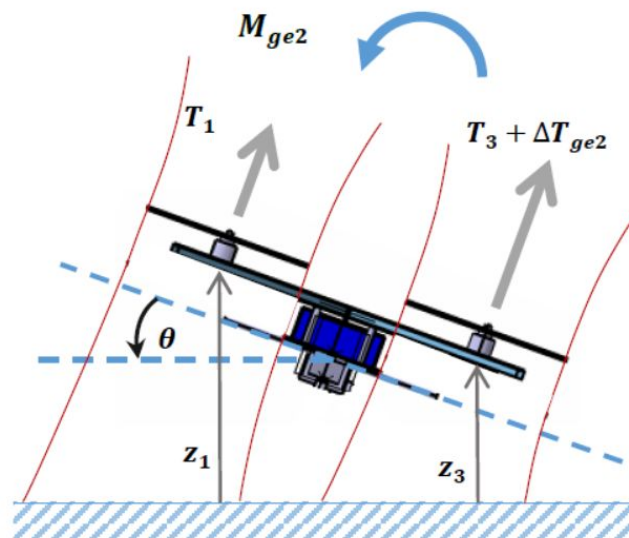


Figura 4-7. Efecto suelo en un multirrotor [2].

Ocurre lo contrario cuando algunas hélices están relativamente cerca del suelo, pero otras están bastante lejos de este. En este caso, el efecto suelo únicamente afecta a unas hélices del multirrotor. Esta situación se conoce como efecto suelo parcial, y tiende a desestabilizar al multirrotor. Un ejemplo de esta situación se puede ver en la

figura 4-8, en la que el multirrotor debe coger un objeto que está en una mesa.

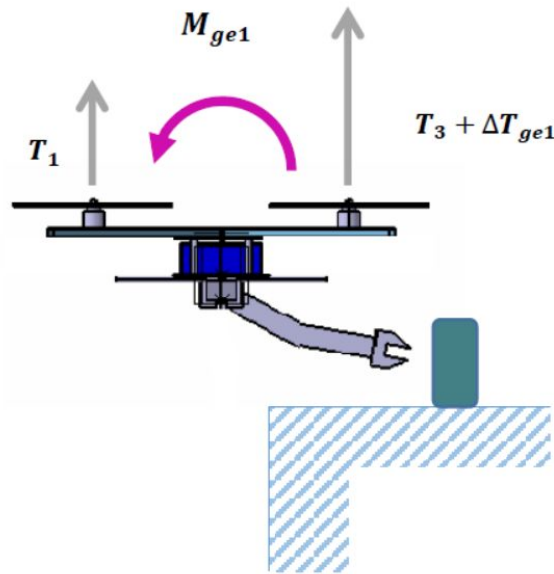


Figura 4-8. Efecto suelo parcial en un multirrotor [2].

Se simularán dos situaciones diferentes. En primer lugar, se simulará al hexarotor moviéndose hasta llegar a un obstáculo, pero parándose en el borde de dicho obstáculo, de forma que una serie de hélices estén justo arriba de los obstáculos, pero otras no, apareciendo así el efecto suelo parcial. Esta situación será la situación A, y su movimiento se puede ver en la figura 4-9.

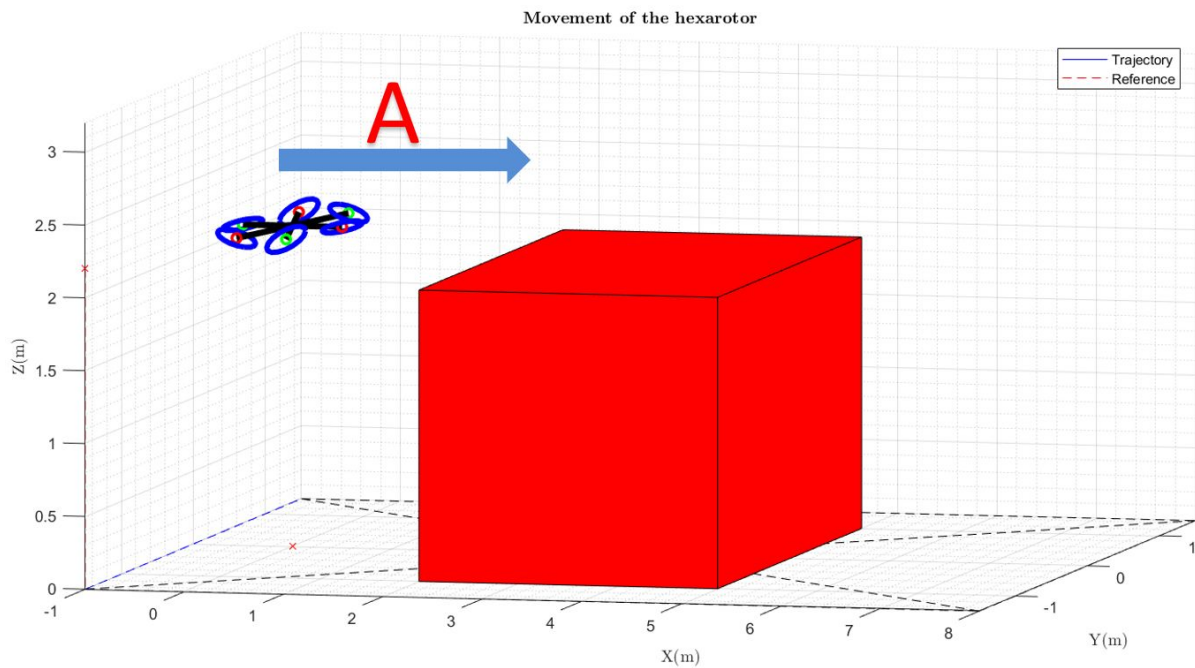


Figura 4-9. Situación A.

La segunda situación a simular (situación B), consistirá en atravesar el obstáculo de forma completa. En esta situación aparecerá dos veces el efecto suelo parcial, a la entrada y a la salida del obstáculo. Esta situación se puede ver en la figura 4-10.

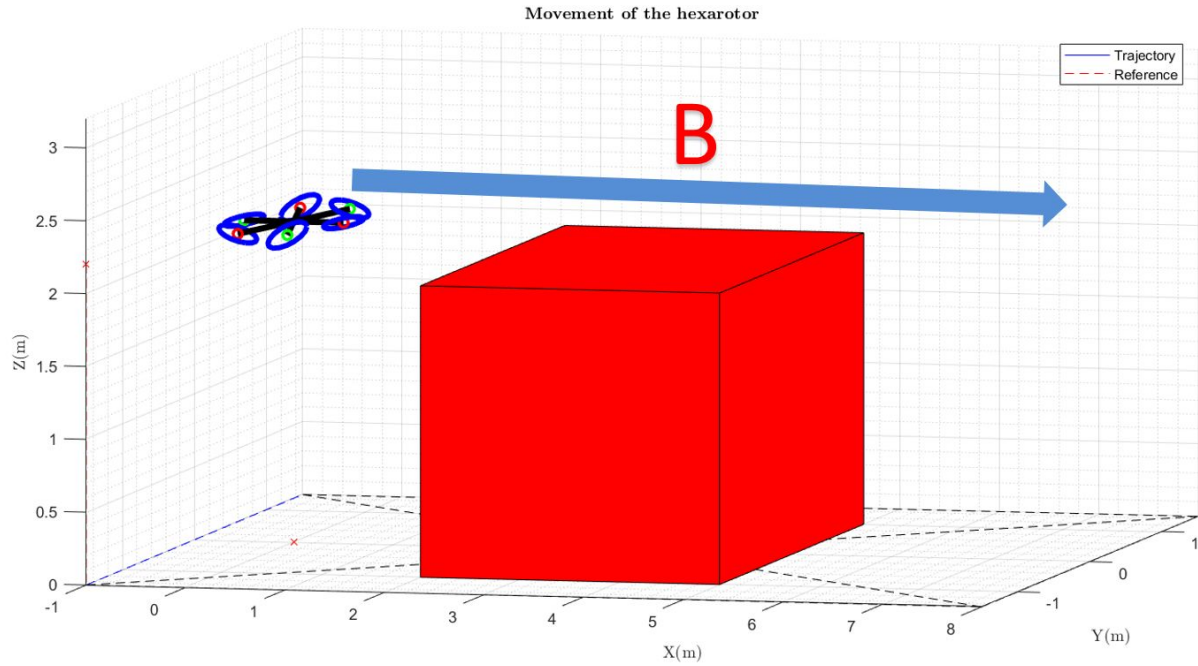


Figura 4-10. Situación B.

En las diferentes simulaciones, se considerará que el incremento de empuje en un rotor varía de forma lineal con el área que está afectada por el efecto suelo. Para tener en cuenta en el modelo el efecto suelo, se supondrá que una variación del empuje del rotor se puede modelar como una modificación del factor de empuje b , ya que las velocidades de rotación se cancelarían.

$$\frac{T_{IGE}}{T_{OGE}} = \frac{\omega^2 \cdot b_{IGE}}{\omega^2 \cdot b_{OGE}} = \frac{1}{k_g} \rightarrow b_{IGE} = \frac{b_{OGE}}{k_g} \quad (4-5)$$

Las modificaciones realizadas al modelo de Simulink se pueden ver en el siguiente diagrama de bloques.

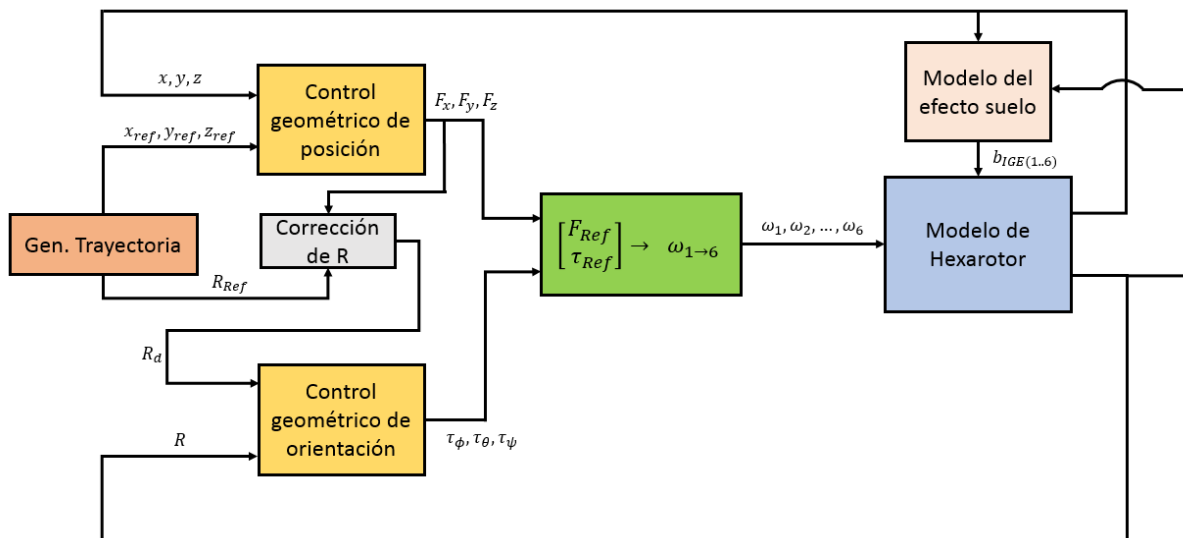


Figura 4-11. Diagrama de bloques con modelo del efecto suelo.

Hay que destacar que, para el cálculo de las velocidades de rotación de los rotores, dada las fuerzas y pares del control, se usa un factor de empuje si tener en cuenta el efecto suelo. Por lo tanto, estas velocidades al actuar sobre el modelo del hexarotor sólo provocarán la misma fuerza y momentos obtenidas por el controlador si no hay efecto suelo. En el caso de que haya efecto suelo, las fuerzas y momentos aplicados en el hexarotor no coincidiría con las fuerzas y momentos calculados por el controlador.

Tanto la situación A como la B se simularán moviéndose a lo largo del eje X y moviéndose a lo largo del eje Y,

ya que el hexarotor no es simétrico.

4.3.1 Situación A

La primera situación a simular será la situación A. Se simulará en primer lugar moviéndose a lo largo del eje X y después a lo largo del eje Y. Se compararán ambas respuestas viendo el efecto sobre el ángulo de roll (para el movimiento en Y) y sobre el ángulo de pitch (para el movimiento en X). Además, se compararán los valores picos de los ángulos de pitch y de roll para cada situación, y se verá cuál de los dos afecta más a los ángulos, si el movimiento en X o en Y.

Se representará la trayectoria a seguir y a continuación el ángulo para diferentes valores de z/R . El valor z/R es el cociente entre la distancia entre el hexarotor y el obstáculo en el eje z y el radio del rotor.

Para el movimiento a lo largo de X, cuyo movimiento se puede ver en la figura 4-12, se obtiene las respuestas de la figura 4-13.

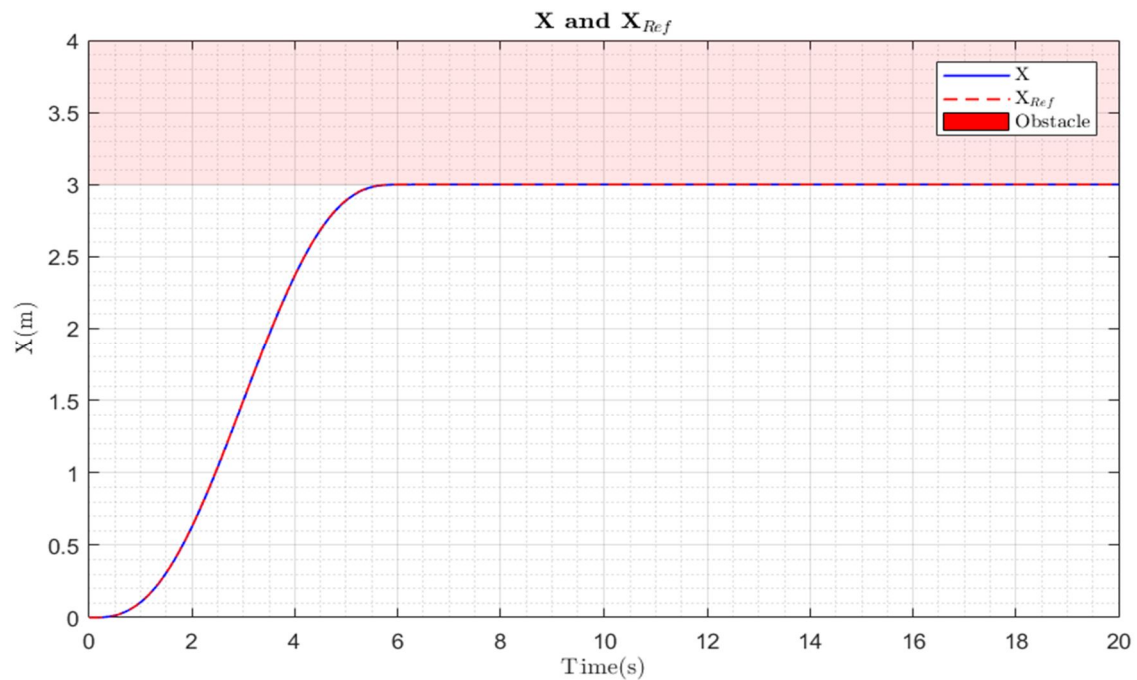


Figura 4-12. Movimiento en X para la situación A.

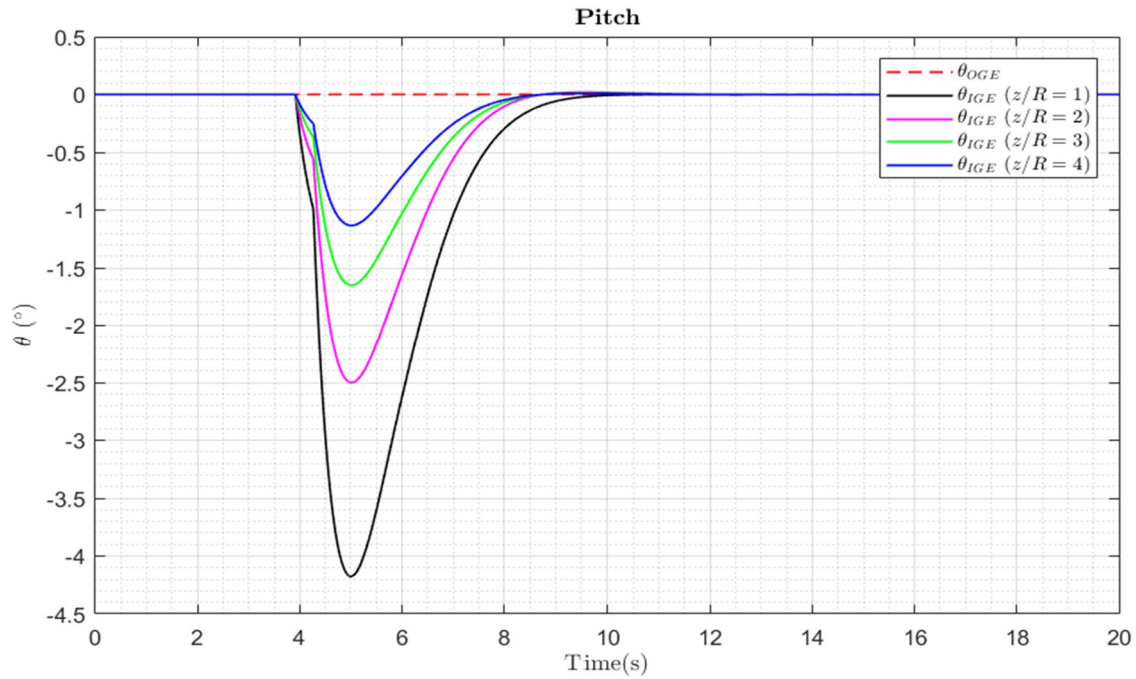


Figura 4-13. Ángulo de pitch para la situación A.

Para los diferentes valores de z/R se ha visto que el movimiento en X no se ve prácticamente afectado, por lo que se sigue la referencia sin problemas. En cuanto a los valores del ángulo de pitch, se puede ver que a medida que disminuye el valor de z/R , aumenta la perturbación en el ángulo de pitch. En la tabla 4-1

Tabla 4-1. Valores de $|\theta_{Max}|$ para diferentes valores de z/R .

z/R	$ \theta_{Max} $
OGE	0°
4	1.13°
3	1.65°
2	2.50°
1	4.18°

Para el movimiento a lo largo del eje Y, se obtiene las variaciones en el ángulo de roll de la figura 4-15, al realizar el movimiento de la figura 4-14.

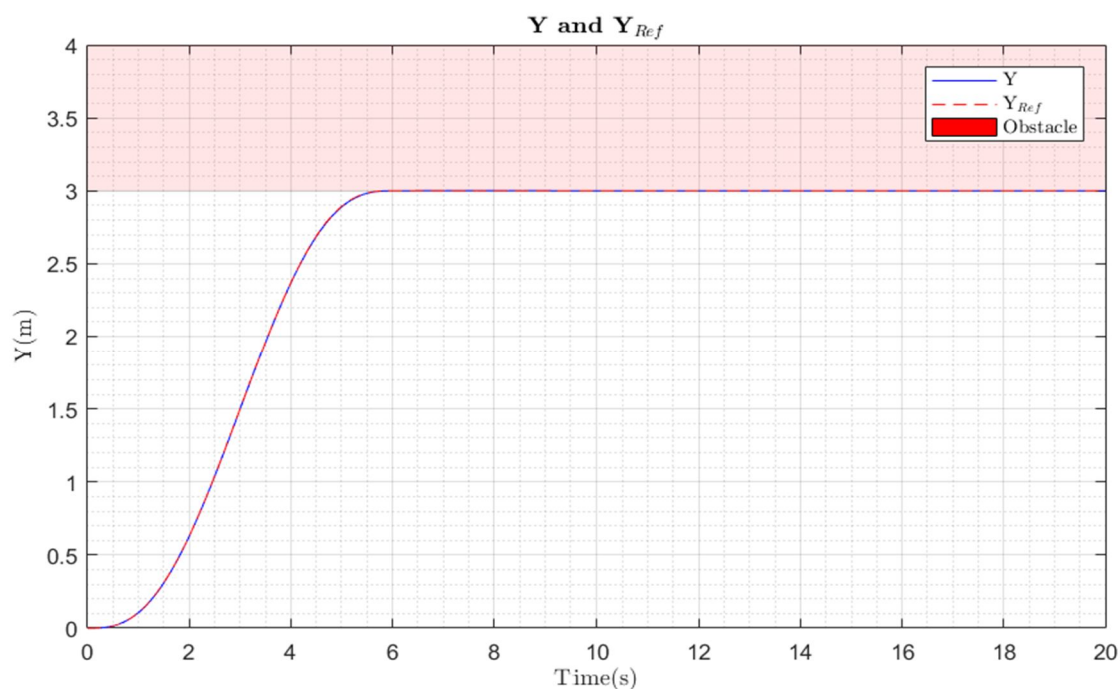


Figura 4-14. Movimiento en Y para la situación A.

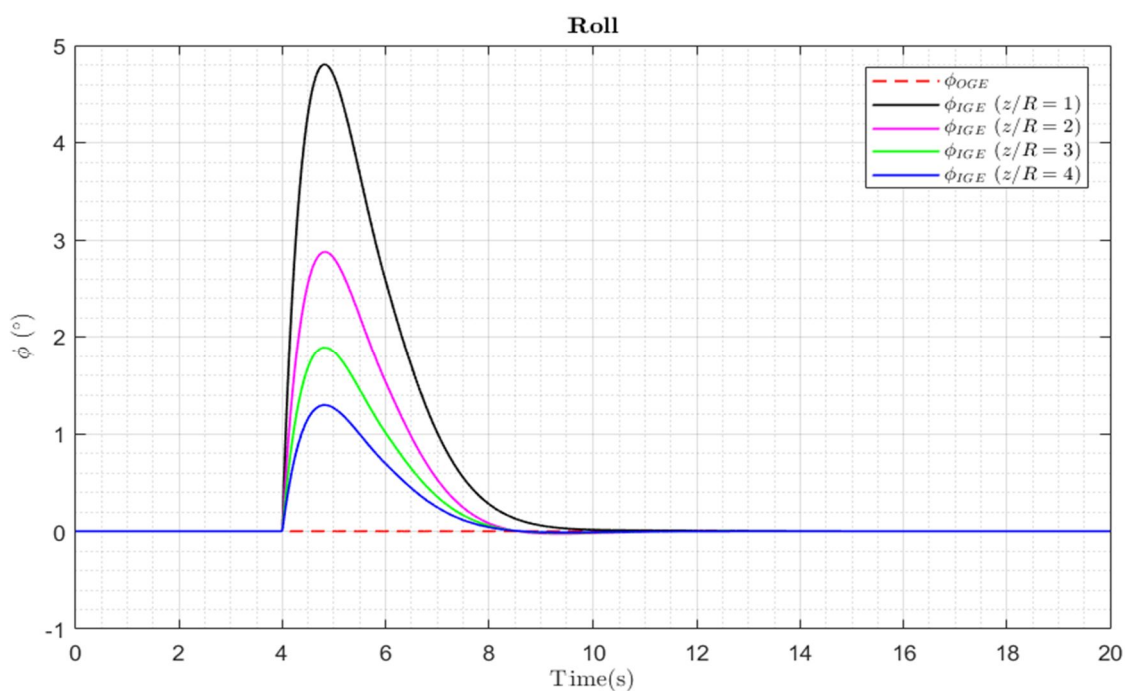


Figura 4-15. Ángulo de roll para la situación A.

Para este caso, tampoco hay un efecto apreciable en el movimiento en Y las variaciones del ángulo de roll, por lo que se representa una única trayectoria. Se puede ver como esta vez los picos en los ángulos, son positivos, y no negativos como ocurría en el ángulo de pitch para el movimiento en X. Esto era de esperar porque el incremento de empuje, para el movimiento en X, se daba en los rotores 1,2 y 6, por lo que el giro era alrededor de giro pero en sentido negativo. Para el movimiento en Y, el incremento de empuje se da en los rotores 2 y 3, por lo que el giro es alrededor del eje X, en sentido positivo.

Para este caso, se puede ver los valores de los picos en la tabla 4-2.

Tabla 4-2. Valores de $|\phi_{Max}|$ para diferentes valores de z/R .

z/R	$ \phi_{Max} $
OGE	0°
4	1.29°
3	1.89°
2	2.88°
1	4.80°

Se puede ver cómo los valores máximos son mayores para el movimiento en Y que para el movimiento en X. Esto se debe a que para el caso del movimiento en Y, el hexarotor pasa de tener ningún rotor afectado por efecto suelo, a tener dos rotores (los rotores 2 y 3), por lo que, en poco tiempo, hay un alto incremento de empuje, provocando esto un mayor giro del hexarotor.

En el caso del movimiento en X, el hexarotor pasa de tener ningún motor afectado por el efecto suelo, a tener un rotor afectado por el efecto suelo (el rotor 1), y después dos más (los rotores 2 y 6), por lo que el gradiente de empuje no es tan intenso como para el movimiento Y, provocando esto un menor giro.

4.3.2 Situación B

Una vez vista la situación A, se simulará la situación B. De nuevo se verá el movimiento a lo largo de X y a lo largo de Y, y se compararán.

En la figura 4-16, se puede ver el movimiento realizado a lo largo del eje X, y la variación debida al efecto suelo del ángulo de pitch para diferentes valores de z/R en la figura 4-17.

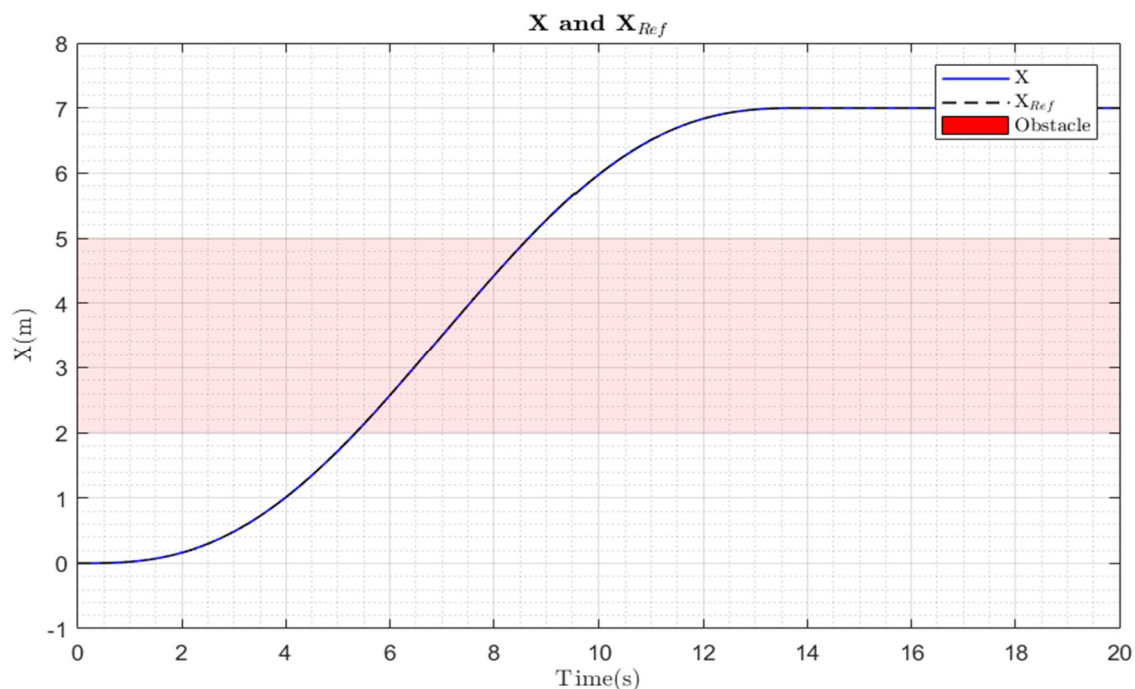


Figura 4-16. Movimiento en X para la situación B.

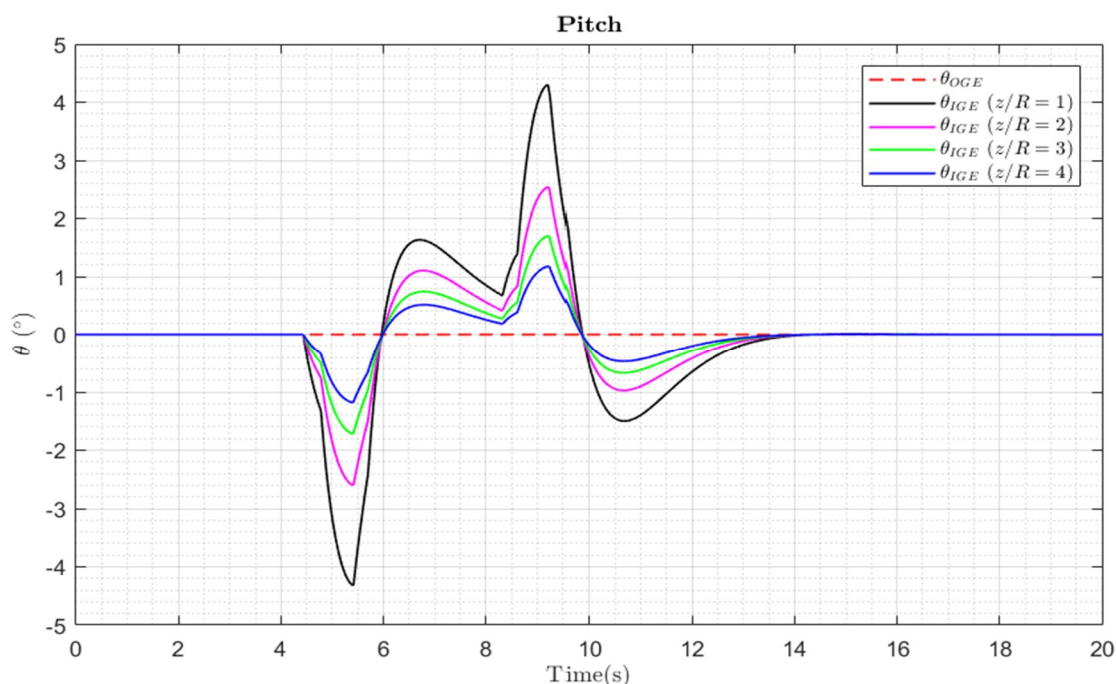


Figura 4-17. Ángulo de pitch para la situación B.

Se puede ver cómo el ángulo de pitch inicialmente desciende debido a que el hexarotor está sometido a efecto suelo parcial, y la respuesta, al principio, es parecida a la de la situación A. Sin embargo, cuando el hexarotor sigue avanzando encima del obstáculo el ángulo crece de nuevo, y tiende a cero, al estar sometido a efecto suelo todas las hélices.

Antes de que vuelva a tener un valor nulo el ángulo de pitch, el hexarotor comienza a salir del obstáculo, y crece el ángulo de pitch, al estar sometido esta vez a efecto suelo los rotores 3,4 y 5. Finalmente, cuando sale completamente, vuelve a descender el ángulo de pitch y tiende a cero.

Para este caso, los valores máximos que se alcanza se pueden ver en la tabla 4-3.

Tabla 4-3. Valores de $|\theta_{Max}|$ para diferentes valores de z/R .

z/R	$ \theta_{Max} $
OGE	0 °
4	1.18 °
3	1.72 °
2	2.60 °
1	4.32 °

De nuevo, se ve cómo a medida que disminuye la distancia con el obstáculo (disminuye z/R), los máximos del ángulo aumentan.

Para el caso del movimiento en Y, la variación del ángulo de roll y el movimiento en Y realizado se pueden ver en las figuras 4-19 y 4-20 respectivamente.

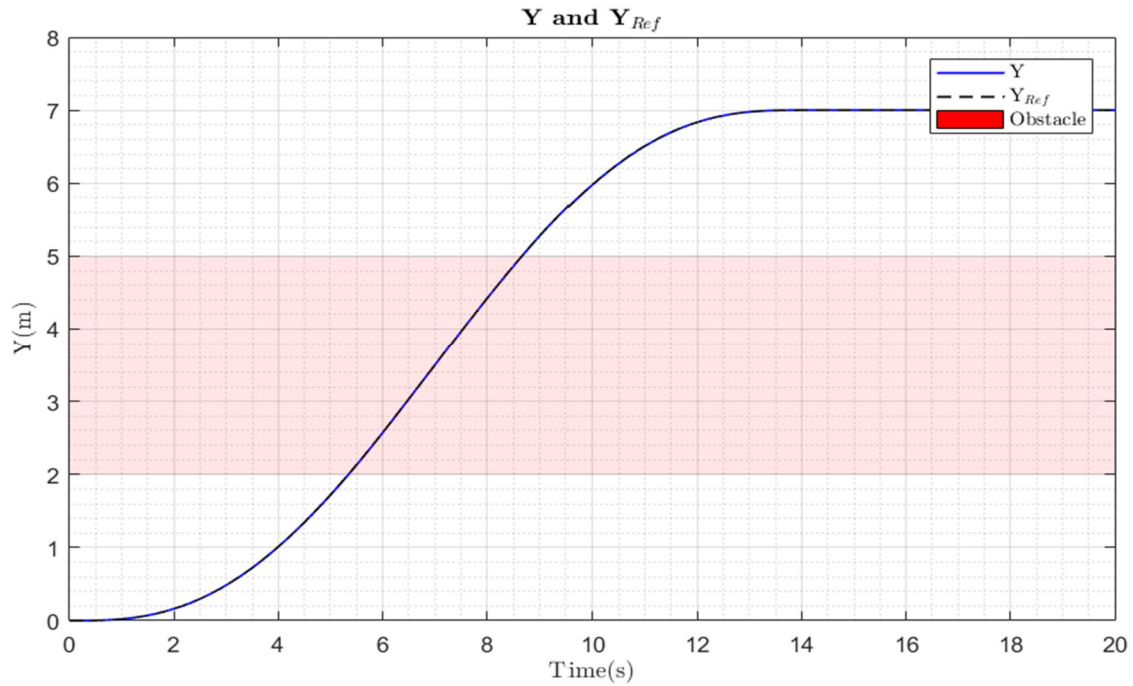


Figura 4-18. Movimiento en Y para la situación B.

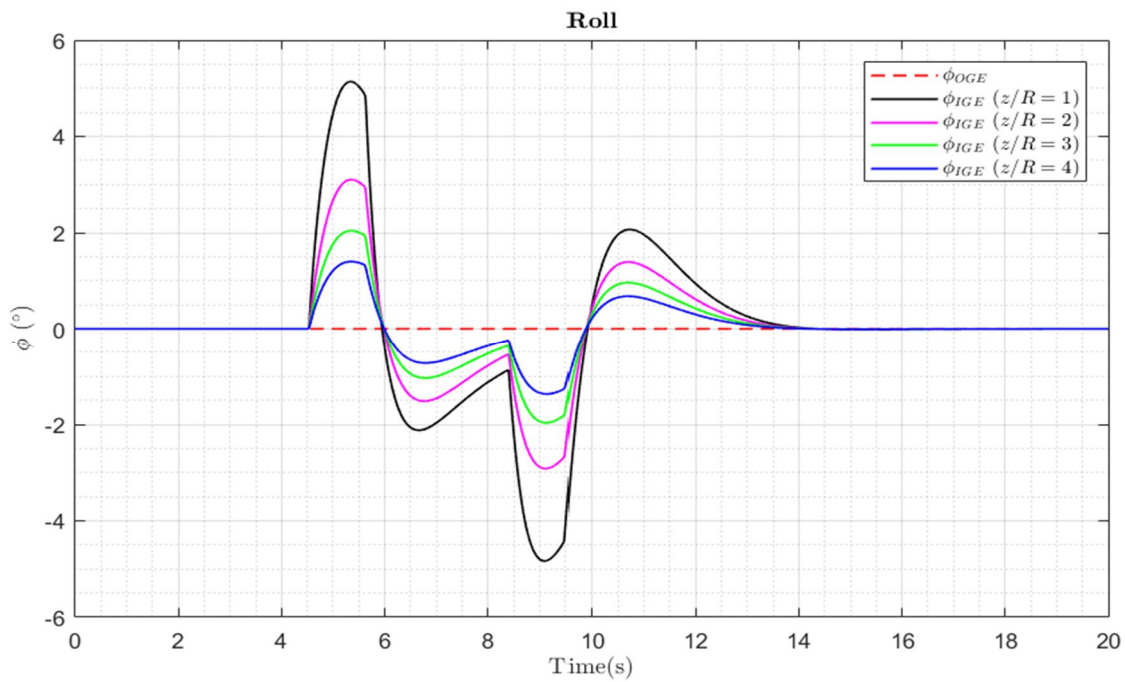


Figura 4-19. Ángulo de roll para la situación B.

Se puede ver cómo se obtiene una respuesta similar, pero de signo contrario, que a la respuesta obtenida en el movimiento en X. Las diferentes zonas de la respuesta son las mismas que para el movimiento en X: entrada inicial (provoca pico inicial), entrada completa (tiende el ángulo de roll a cero), inicio de salida (provoca otro pico) y salida completa (vuelve a hacer tender el ángulo de roll a cero).

Además, en la tabla 4-4 se pueden ver los valores máximos del ángulo roll para los diferentes valores de z/R . Se vuelve a ver cómo los valores de los picos para el movimiento en Y son mayores que los valores de los picos para el movimiento en X. El motivo vuelve a ser el mismo, el gradiente de empuje es mayor en el movimiento en Y que en el movimiento en X.

Tabla 4-4. Valores de $|\phi_{Max}|$ para diferentes valores de z/R .

z/R	$ \phi_{Max} $
OGE	0°
4	1.40°
3	2.04°
2	3.10°
1	5.14°

4.4 Estimador de efecto suelo

Como se ha podido ver, el efecto suelo parcial provoca inestabilidades en el multirroto. Resulta interesante intentar estimar el efecto suelo e intentar corregirlo para evitar dichas perturbaciones. En ese apartado se llevarán a cabo simulaciones similares a las realizadas en el apartado 4-3, pero llevando a cabo una corrección del efecto.

En la figura 4-11 se puede ver que el cálculo de las velocidades de rotación de los rotores, necesarias para generar las fuerzas y pares demandados por el controlador, se realiza con el factor de empuje sin tener en cuenta el efecto suelo (b_{OGE}). Por lo tanto, para llevar a cabo una estimación del efecto suelo, se realizará una estimación del factor de empuje teniendo en cuenta el efecto suelo. Con este factor estimado, se podrá calcular las velocidades necesarias para realizar dichas fuerzas y momentos.

En la figura 4-1 se puede ver el nuevo bloque añadido para realizar las simulaciones.

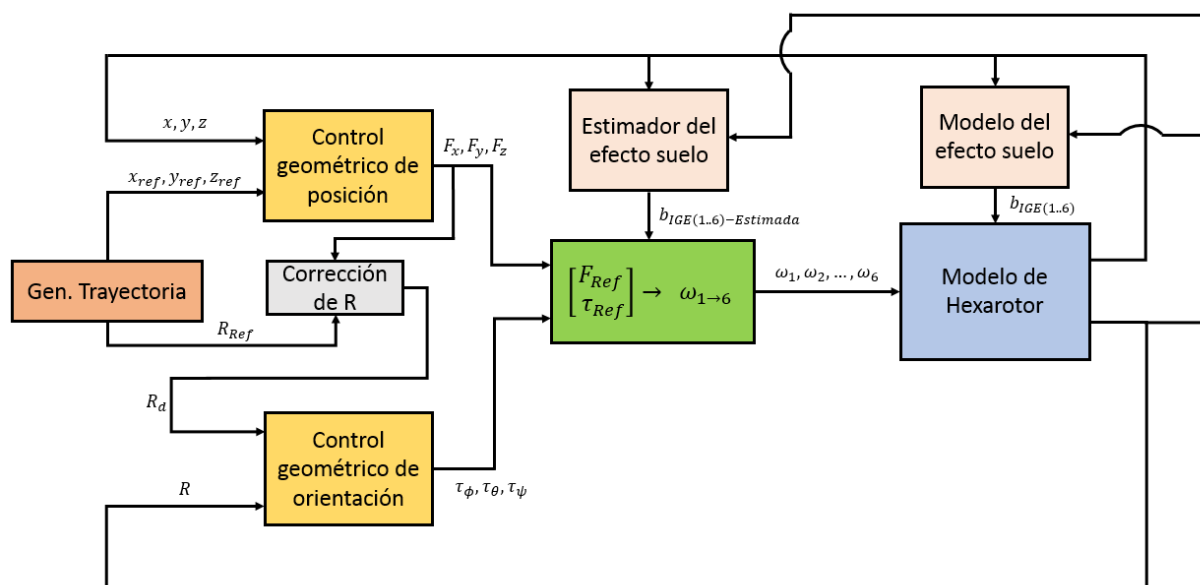


Figura 4-20. Diagrama de bloques con estimador de efecto suelo.

Se simularán las mismas situaciones simuladas anteriormente (A y B), pero incluyendo la estimación del efecto suelo.

Además, como las medidas de posición y orientación vienen dadas por sensores, estos tienen un error. Se realizarán diferentes simulaciones, pero añadiendo teniendo un error en cuanto a la posición del obstáculo. Los errores serán tanto positivos como negativos. Los errores a tener en cuenta serán errores en el plano (errores en x e y) y errores en altitud (errores en z). Los valores de error a tener en cuenta se pueden ver en la tabla 4-5, en donde R es el radio del rotor.

Los errores se definen cómo la diferencia entre la posición según los sensores del obstáculo y la posición real del obstáculo.

$$e_x = x_{sensor} - x_{real} ; e_y = y_{sensor} - y_{real} ; e_z = z_{sensor} - z_{real} \quad (4-6)$$

Tabla 4-5. Errores para la simulación con estimador de efecto suelo.

Error en X (cm)	Error en Y (cm)	Error en Z (cm)
$\pm 0R$	$\pm 0R$	± 0
$\pm 0.125R$	$\pm 0.125R$	± 2.5
$\pm 0.25R$	$\pm 0.25R$	± 5
$\pm 0.375R$	$\pm 0.375R$	± 7.5
$\pm 0.5R$	$\pm 0.5R$	± 10
$\pm 0.75R$	$\pm 0.75R$	± 15
$\pm 1R$	$\pm 1R$	± 20

La hélice es de 16 pulgadas de diámetro, por lo que el valor de R es de 20.32 cm. Por lo tanto, los errores máximos a simular son de 20.32 cm en X e Y, y de 20 cm en el eje z. Aunque estos errores son muy grandes para un sensor, por ejemplo, de láser, si se elige otro tipo de sensor, por ejemplo, una cámara o un mapa dado no tiene mucha precisión, se pueden llegar a tener estos errores, por lo que nos ponemos en el caso más caso desfavorable.

Las simulaciones a llevar a cabo serán las situaciones A y B, tanto por X como por Y, pero siempre a la misma distancia del obstáculo (tomaremos 2R). En las curvas se representará la trayectoria a seguir, y el ángulo que se ve afectado. Se representará tanto las respuestas obtenidas, como la respuesta sin estimador de estado.

4.4.1 Errores en X

En primer lugar, se simulará los errores en posición en x. Por lo tanto, los movimientos a realizar serán a lo largo del eje x. En primer lugar, se simulará la situación A, para errores positivos y errores negativos. Posteriormente, se simulará la situación B, de nuevo con errores positivos y errores negativos.

4.4.1.1 Situación A

Simulando, se obtiene las siguientes respuestas:

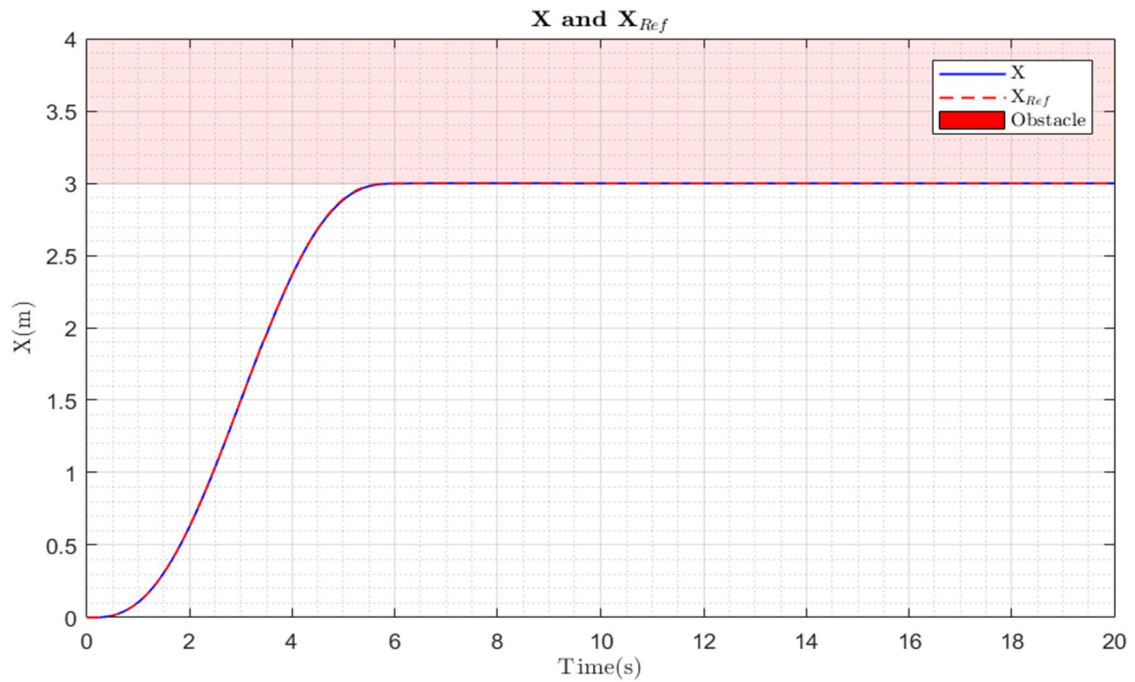


Figura 4-21. Errores en X, situación A: trayectoria.

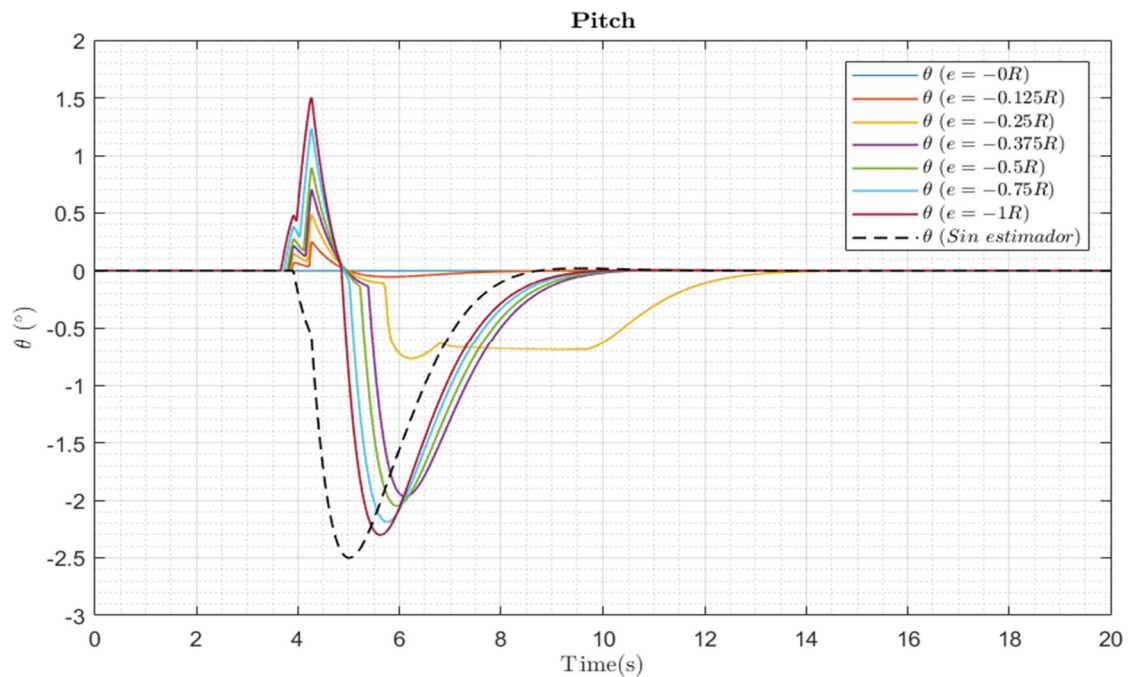


Figura 4-22. Errores en X, situación A: ángulo de pitch con errores negativos.

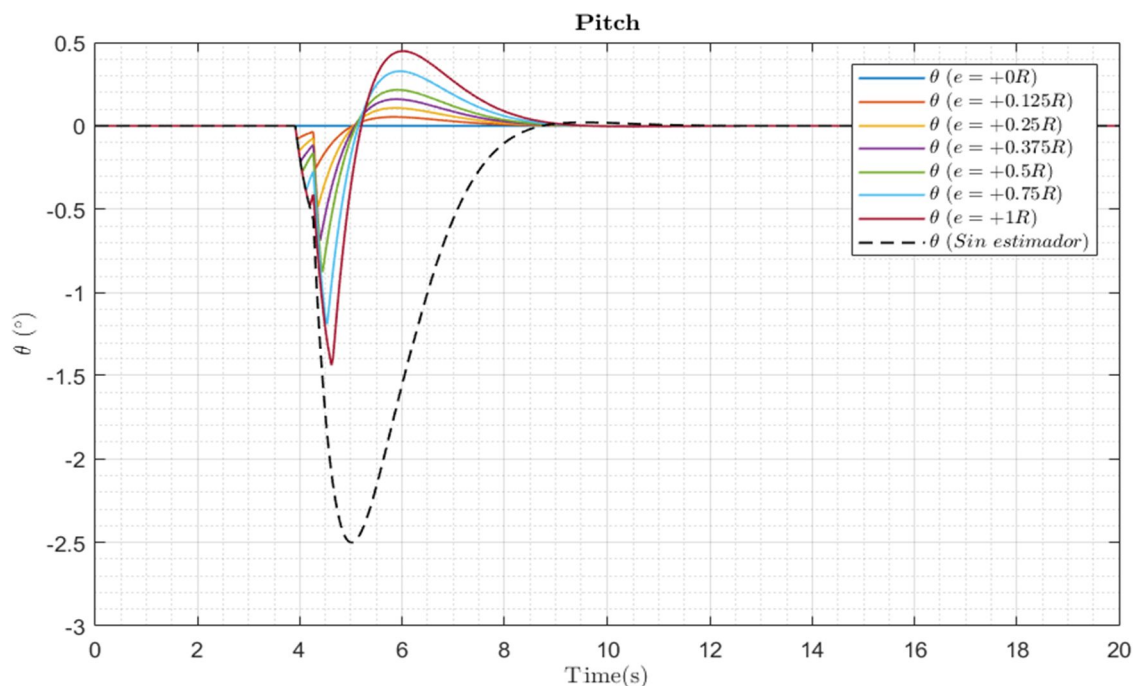


Figura 4-23. Errores en X, situación A: ángulo de pitch con errores positivos.

En primer lugar, para la simulación con errores negativos, se puede ver cómo inicialmente el ángulo de pitch tiende a valores positivos, y posteriormente a negativos. Esto se debe a que, como los errores son negativos, el hexarotor piensa que el obstáculo está más cerca de lo que realmente está. Por esto, empieza a intentar compensar la respuesta antes de tiempo. Cuando llega al obstáculo, ya tiene un ángulo de pitch determinado, el efecto suelo provoca la bajada del ángulo de pitch. Además, se puede ver cómo al aumentar el error aumenta las variaciones del ángulo de pitch.

Para el caso de errores positivos, se obtiene una respuesta similar, pero cambiada de signo. Al ser los errores positivos, el hexarotor cree que el obstáculo está más lejos de lo que realmente está. Por lo tanto, cuando llega al obstáculo, el ángulo de pitch tiende a valores negativos, igual que el comportamiento sin estimador. Cuando el estimador tiene en cuenta el obstáculo, ya ha bajado algo el valor del ángulo de pitch, por lo que, al intentar corregir, aparece una pequeña sobreoscilación en el ángulo de pitch. De nuevo, al aumentar el error aumentan las variaciones del ángulo de pitch.

En la siguiente tabla se puede ver los valores máximos alcanzados para cada situación. Se puede ver que son más desfavorables los errores negativos que los positivos. Además, a partir de un cierto valor de error, las sobreoscilaciones tienen un valor de pico cercano al máximo de la sobreoscilación sin estimador, por lo que hay un error máximo para el cual, si se supera, el estimador no mejora el comportamiento del hexarotor. Este valor podría ser $0.375R$, ya que hay una gran diferencia entre $0.25R$ a $0.375R$.

Tabla 4-6. Valores del ángulo de pitch con errores en X, situación A.

<i>Error en X (cm)</i>	θ_{Max} (°)(<i>Error en X $\geq 0R$</i>)	θ_{Max} (°)(<i>Error en X $\leq 0R$</i>)
$\pm 0R$	0	0
$\pm 0.125R$	0.2517	0.2512
$\pm 0.25R$	0.4846	0.7685
$\pm 0.375R$	0.6876	1.9685
$\pm 0.5R$	0.8790	2.0496

$\pm 0.75R$	1.1889	2.1878
$\pm 1R$	1.4394	2.3024
<i>Sin estimador</i>	2.5013	2.5013

4.4.1.2 Situación B

Simulando se obtiene:

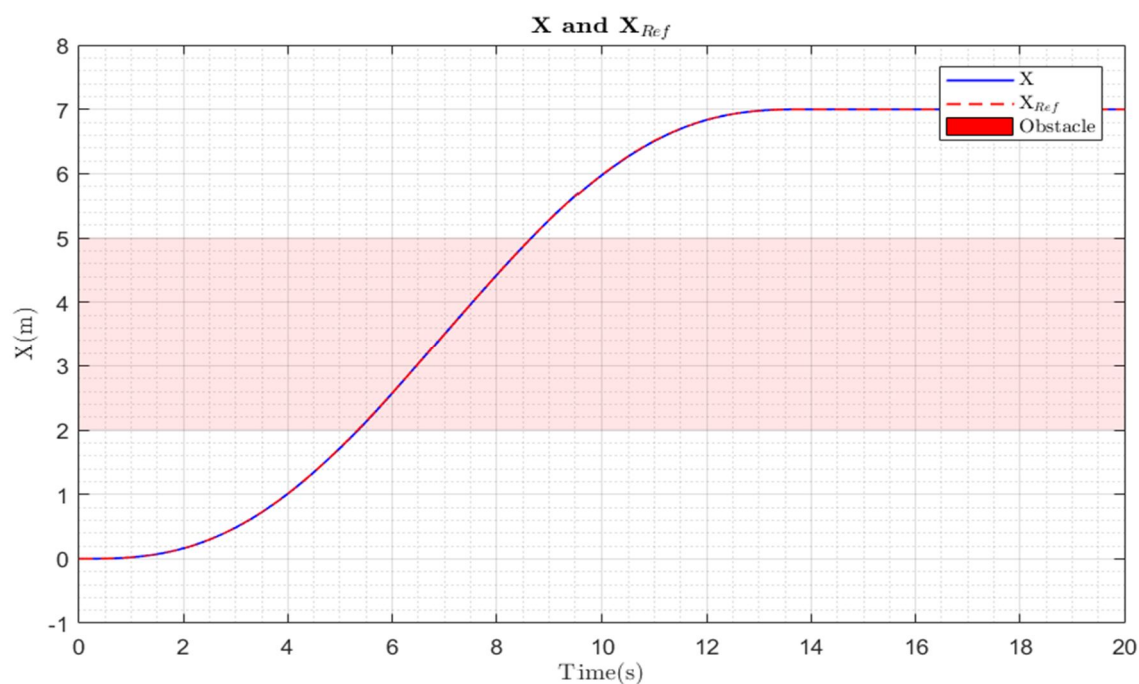


Figura 4-24. Errores en X, situación B: trayectoria.

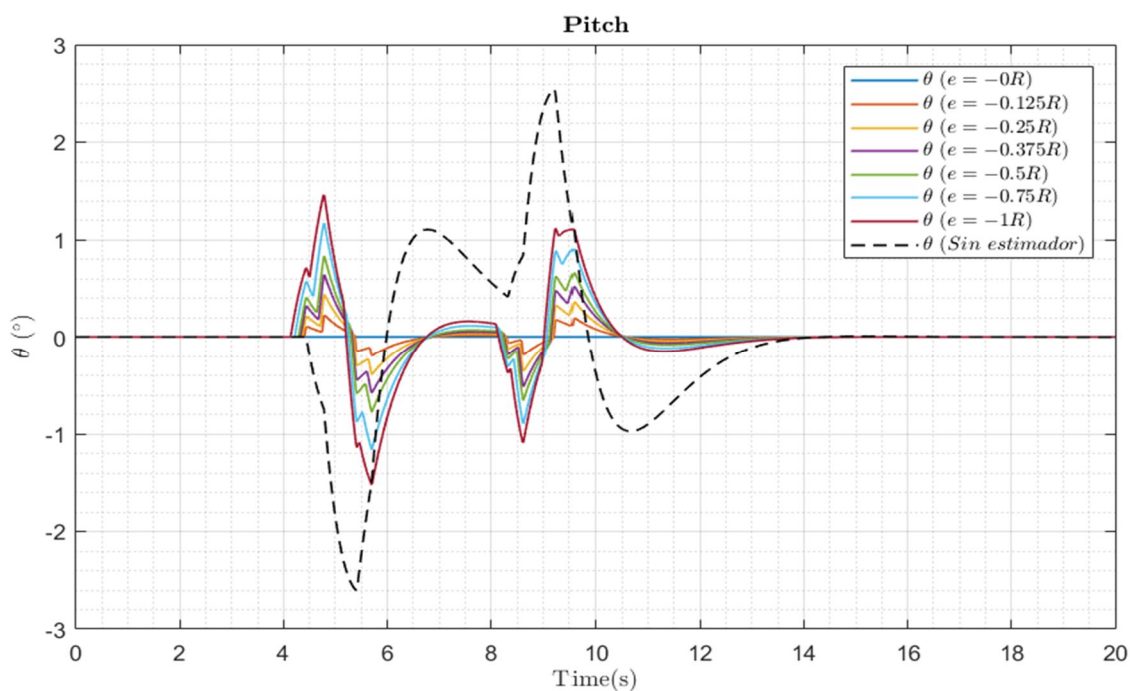


Figura 4-25. Errores en X, situación B: ángulo de pitch con errores negativos.

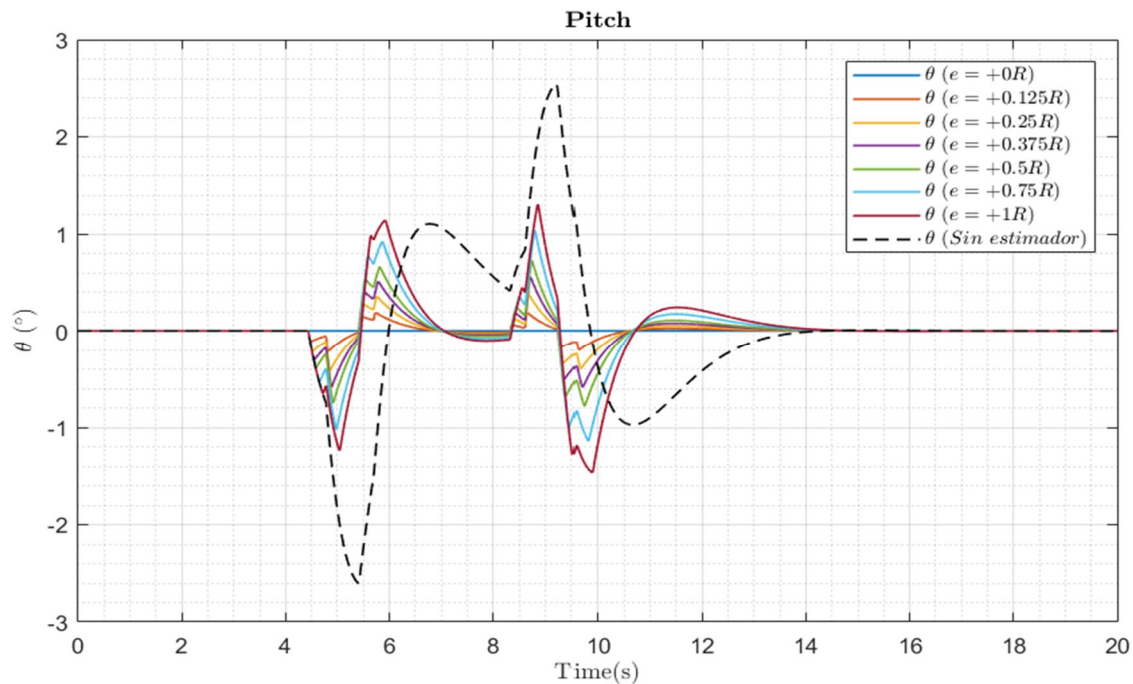


Figura 4-26. Errores en X, situación B: ángulo de pitch con errores positivos.

Para la situación B, se obtienen resultados similares a los obtenidos en la situación A. Para el caso de errores positivos, se consigue disminuir la respuesta del ángulo de pitch que se obtenía para el caso de sin estimador. De nuevo, a medida que aumenta el error, aumenta la oscilación del ángulo, ya que cada vez piensa que está más lejos y corrige menos el efecto suelo.

Para valores de ángulo negativos, se corrige antes el efecto suelo, por lo que los valores tienen al signo contrario que tenderían sin el estimador del efecto suelo.

En la siguiente tabla se recogen los valores máximos de las situaciones simuladas. De nuevo, los errores negativos son más críticos que los errores positivos, aunque esta vez no hay demasiada diferencia. Además, esta vez al tener un error de 1R, no se tiene un valor de pico tan alto como el valor obtenido sin estimador, cosa que sí ocurría para la situación A.

Tabla 4-7. Valores del ángulo de pitch con errores en X, situación B.

<i>Error en X (cm)</i>	θ_{Max} (°)(<i>Error en X</i> ≥ 0R)	θ_{Max} (°)(<i>Error en X</i> ≤ 0R)
±0R	0	0
±0.125R	0.2140	0.2233
±0.25R	0.4157	0.4361
±0.375R	0.5911	0.6408
±0.5R	0.7841	0.8333
±0.75R	1.1415	1.1707
±1R	1.4666	1.5199
<i>Sin estimador</i>	2.6024	2.6024

4.4.2 Errores en Y

En segundo lugar, se simulará las situaciones A y B pero con errores en el eje Y, por lo que el movimiento es a lo largo del eje Y.

4.4.2.1 Situación A

Simulando, se obtiene las siguientes respuestas:

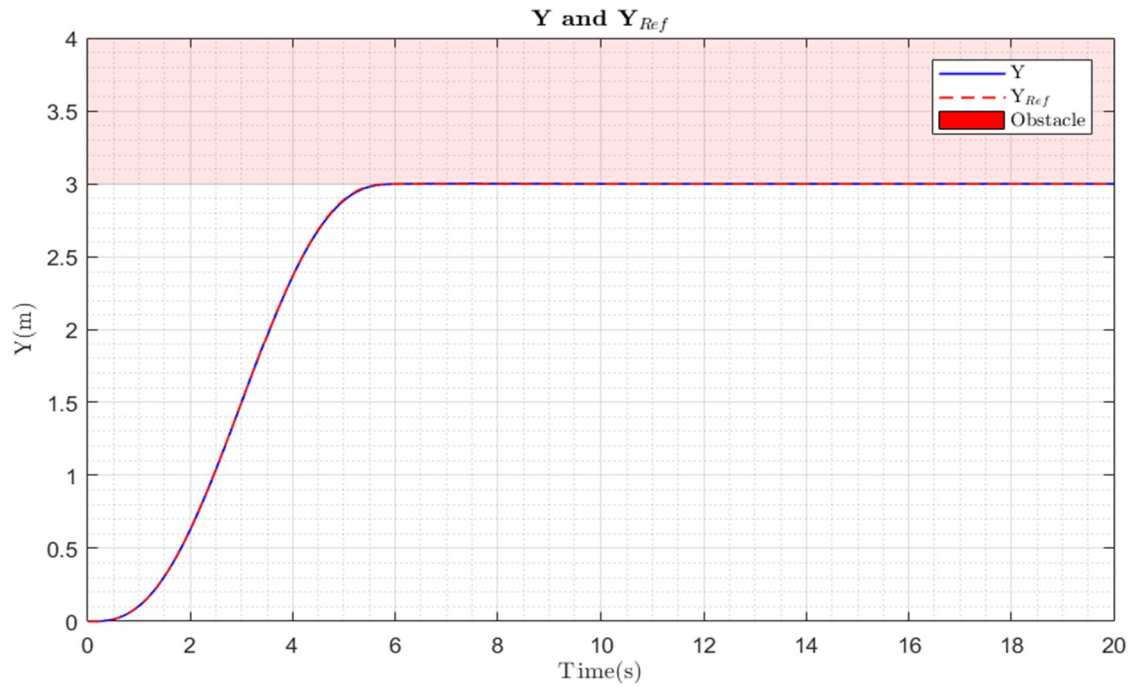


Figura 4-27. Errores en Y, situación A: trayectoria.

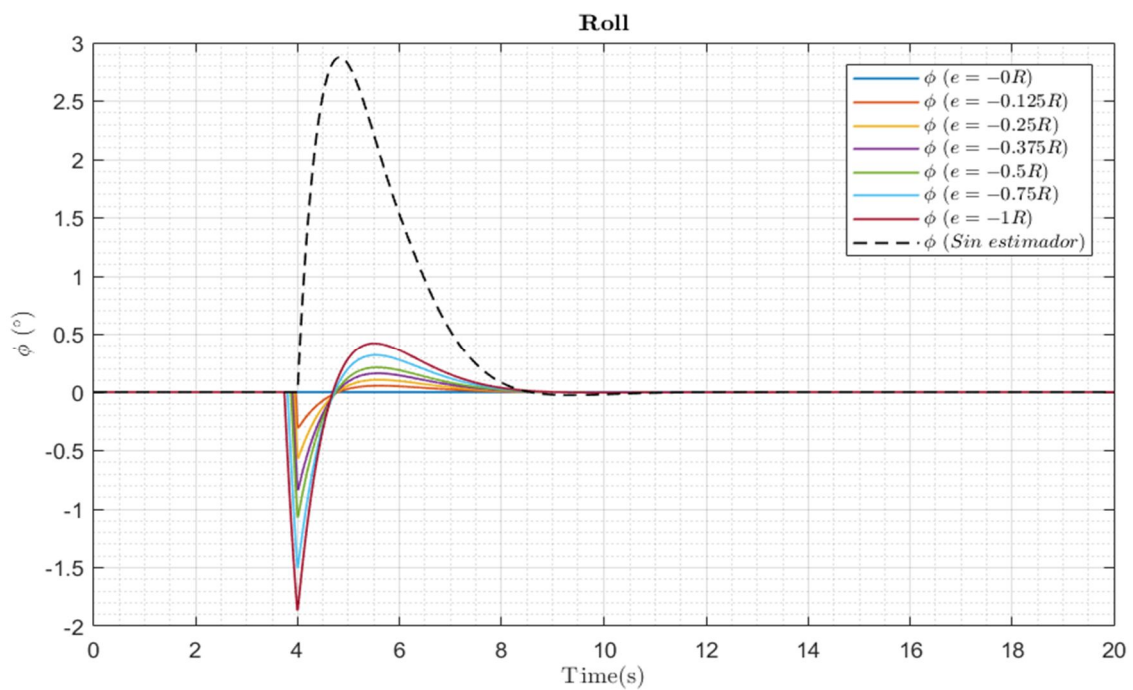


Figura 4-28. Errores en Y, situación A: ángulo de roll con errores negativos.

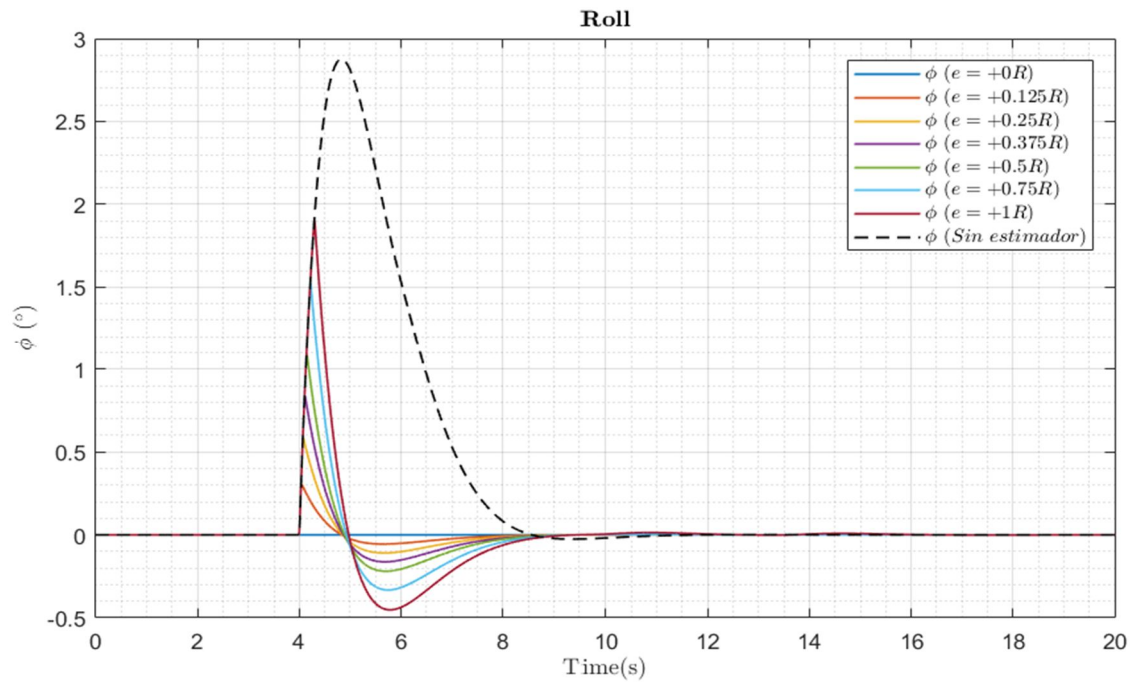


Figura 4-29. Errores en Y, situación A: ángulo de roll con errores positivos.

Se puede ver cómo se obtiene una respuesta similar a la obtenida con los errores en X. Sin embargo, ahora el ángulo afectado es el ángulo de roll, como era de esperar. En la tabla 4-8 se recogen los valores máximos obtenidos en las simulaciones. Como se puede ver, que los errores sean positivos o negativos no influye demasiado en los valores máximos, cosa que sí ocurría en la situación A con los errores positivos.

Tabla 4-8. Valores del ángulo de roll con errores en Y, situación A.

<i>Error en Y (cm)</i>	ϕ_{Max} (°)(<i>Error en Y ≥ 0R</i>)	ϕ_{Max} (°)(<i>Error en Y ≤ 0R</i>)
$\pm 0R$	0	0
$\pm 0.125R$	0.3040	0.3054
$\pm 0.25R$	0.5824	0.5683
$\pm 0.375R$	0.8374	0.8386
$\pm 0.5R$	1.0895	1.0722
$\pm 0.75R$	1.5242	1.5021
$\pm 1R$	1.9022	1.8655
<i>Sin estimador</i>	2.6024	2.8756

4.4.2.2 Situación B

Simulando, se obtiene las siguientes respuestas:

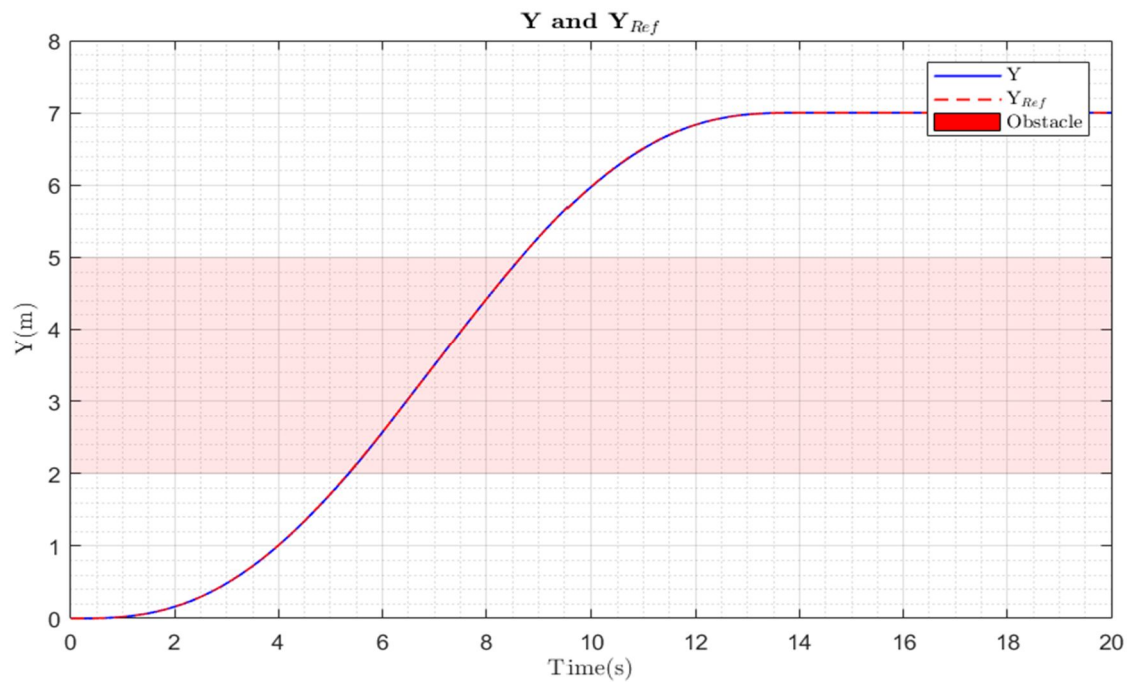


Figura 4-30. Errores en Y, situación B: trayectoria.

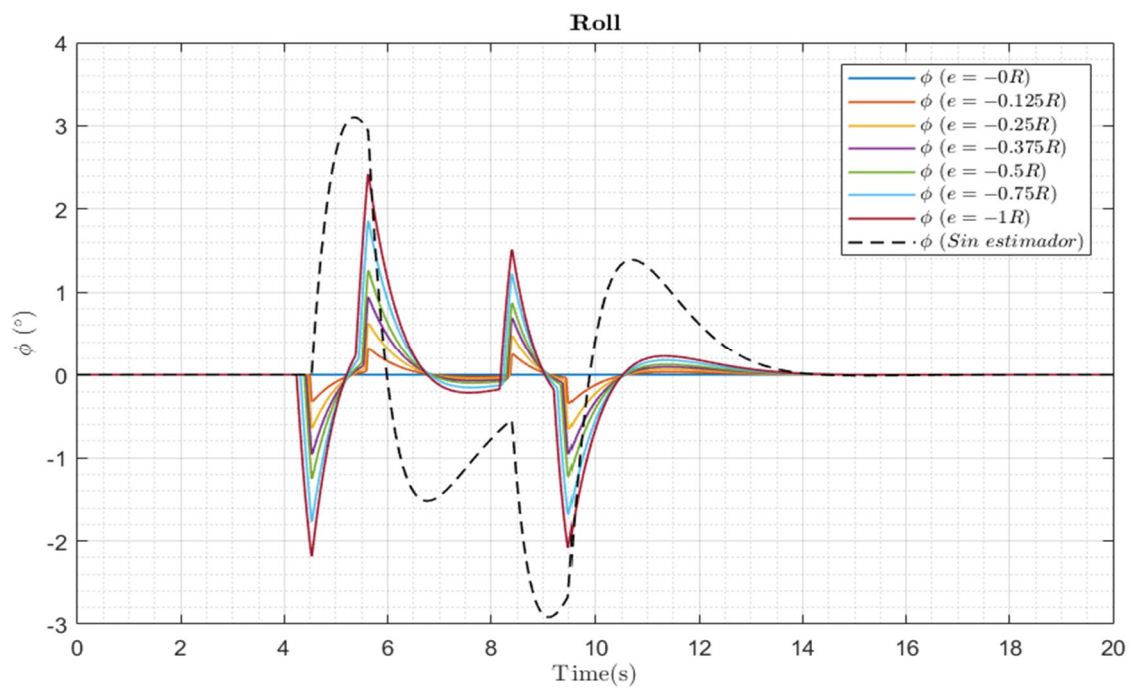


Figura 4-31. Errores en Y, situación B: ángulo de roll con errores negativos.

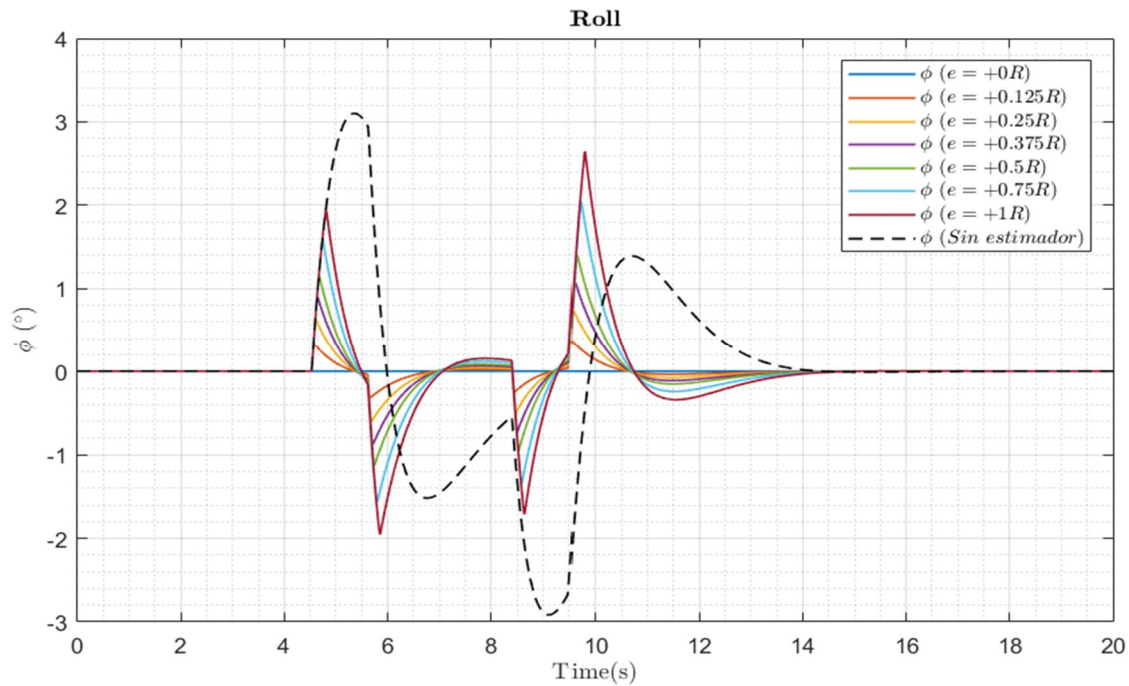


Figura 4-32. Errores en Y, situación B: ángulo de roll con errores positivos.

Para la situación B, se obtiene una respuesta similar a la situación B pero con errores positivos. Para este caso, los valores máximos, recogidos en la tabla 4-9, sí que varía de errores positivos a negativos. Para el caso de los errores positivos los máximos son algo superior a los obtenidos con errores negativos.

Tabla 4-9. Valores del ángulo de roll con errores en Y, situación B.

Error en Y (cm)	ϕ_{Max} (°)(Error en Y $\geq 0R$)	ϕ_{Max} (°)(Error en Y $\leq 0R$)
$\pm 0R$	0	0
$\pm 0.125R$	0.3693	0.3493
$\pm 0.25R$	0.7318	0.6600
$\pm 0.375R$	1.0705	0.9606
$\pm 0.5R$	1.4022	1.2652
$\pm 0.75R$	2.0469	1.8569
$\pm 1R$	2.6459	2.4208
Sin estimador	3.1015	3.1015

4.4.3 Errores en Z

La última situación a tener en cuenta son los errores en altitud. Para este caso, las simulaciones a realizar no dependerán del radio del rotor, sino que tendrán un valor definido. Se simularán las dos situaciones (A y B), y se realizará ambas situaciones moviéndonos por el eje X y por el eje Y.

4.4.3.1 Situación A

- Movimiento en X:

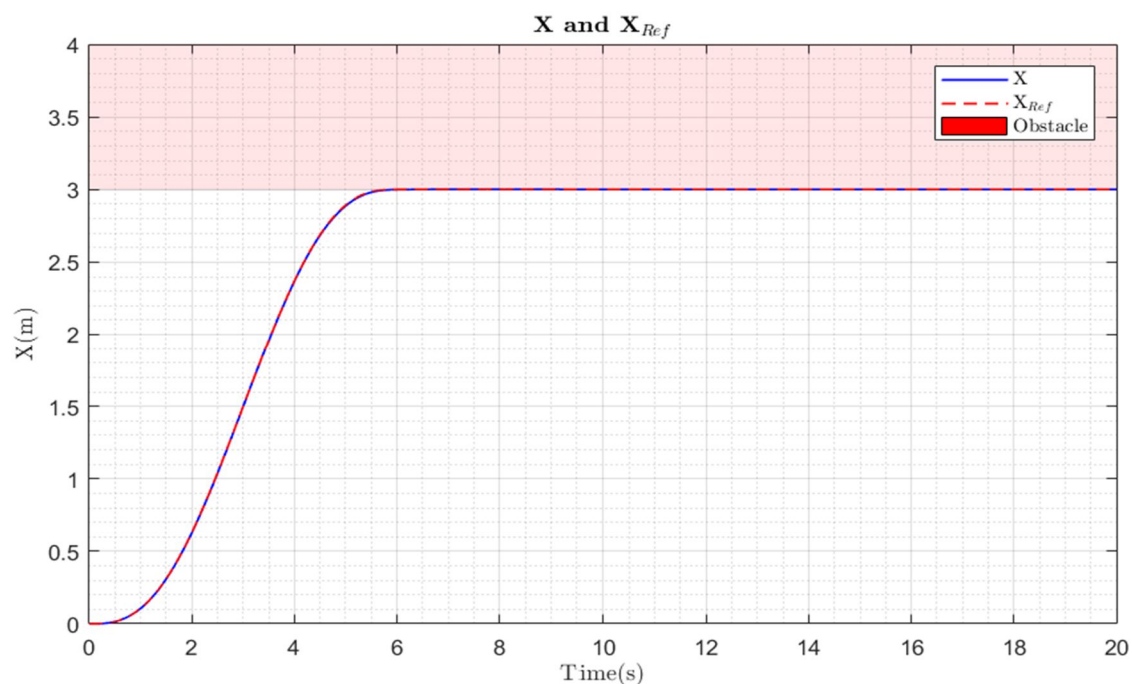


Figura 4-33. Errores en Z, situación A, movimiento en X: trayectoria.

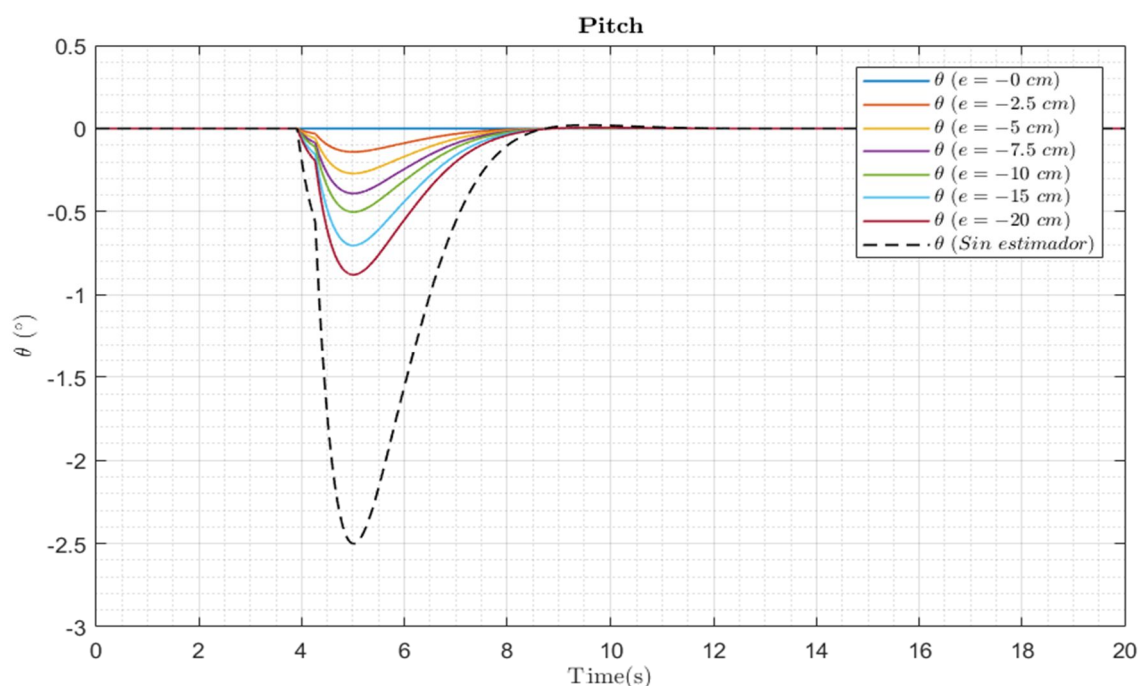


Figura 4-34. Errores en Z, situación A, movimiento en X: ángulo de pitch con errores negativos.

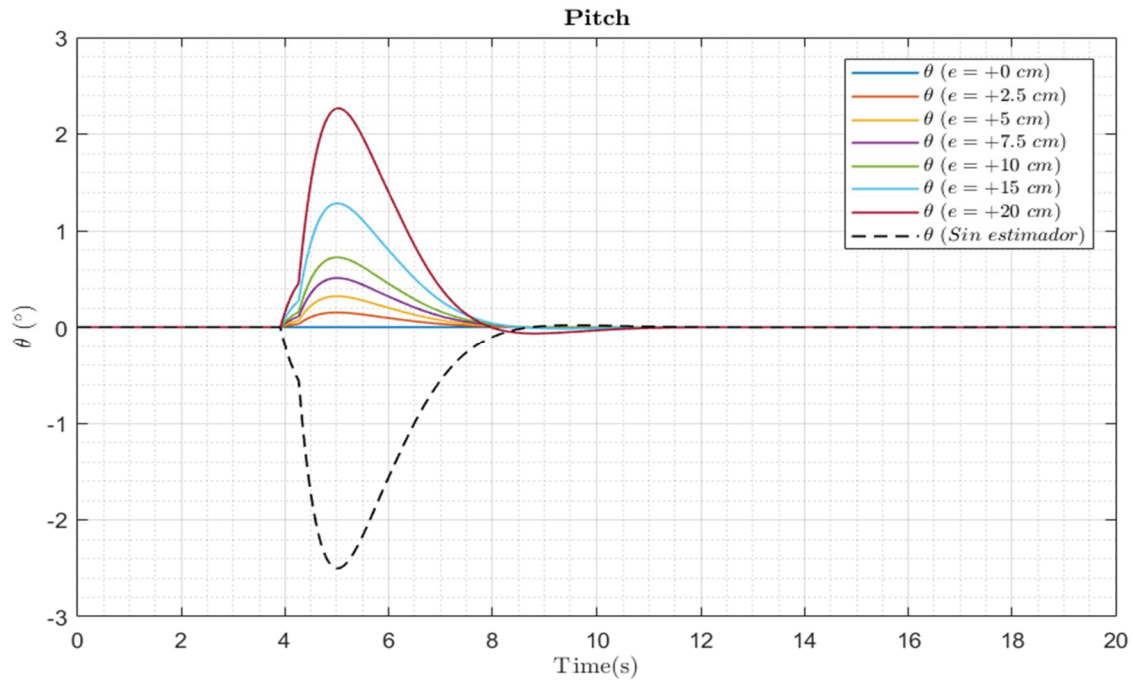


Figura 4-35. Errores en Z, situación A, movimiento en X: ángulo de pitch con errores positivos.

Para el caso de errores negativos, se puede ver como a medida que aumenta el error, la respuesta va acercándose a la respuesta sin estimador. Esto se debe a que, para el caso de errores negativos, el hexarotor piensa que el obstáculo está más bajo de lo que realmente está. Al estar más cerca de lo que piensa, no corrige tanto el efecto suelo y la respuesta es similar a la respuesta sin estimador, pero de menor magnitud.

Para el caso de errores positivos ocurre lo contrario. Al pensar que el obstáculo está más cerca de lo que realmente está, corrige demasiado y la respuesta es de signo contrario a la obtenida sin estimador. En la tabla 4-10 se recogen los valores máximos obtenidos en las simulaciones realizadas. Se puede observar como los valores máximos son mayores para el caso de errores positivos (obstáculo más bajo de lo que se piensa).

Tabla 4-10. Valores del ángulo de pitch con errores en Z, movimiento en X, situación A.

Error en Z (cm)	θ_{Max} (°)(Error en Z ≥ 0 cm)	θ_{Max} (°)(Error en Z ≤ 0 cm)
± 0	0	0
± 2.5	0.1532	0.1405
± 5	0.3218	0.2702
± 7.5	0.5099	0.3904
± 10	0.7240	0.5022
± 15	1.2822	0.7037
± 20	2.2661	0.8797
Sin estimador	2.5013	2.5013

- Movimiento en Y:

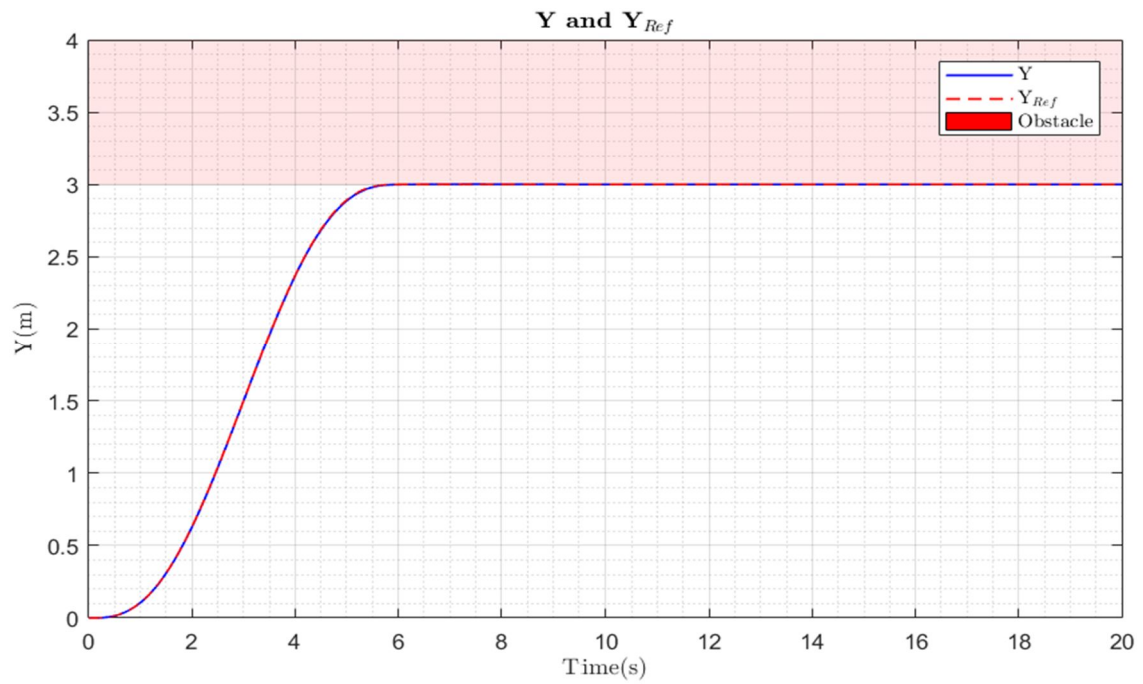


Figura 4-36. Errores en Z, situación A, movimiento en Y: trayectoria.

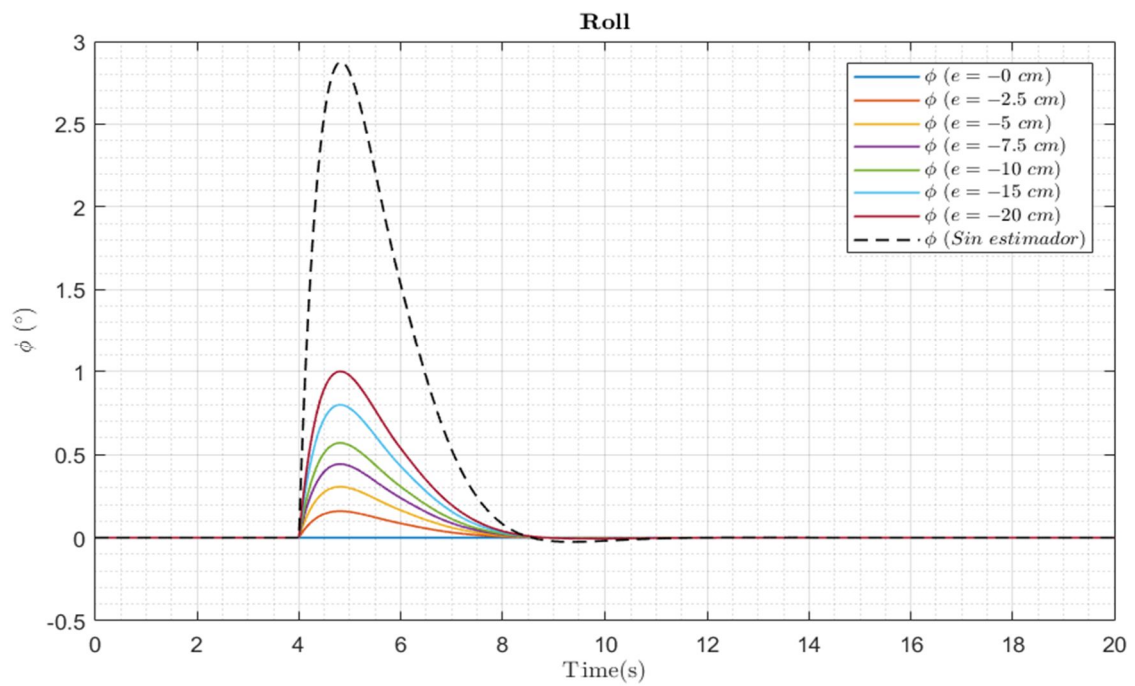


Figura 4-37. Errores en Z, situación A, movimiento en Y: ángulo de roll con errores negativos.

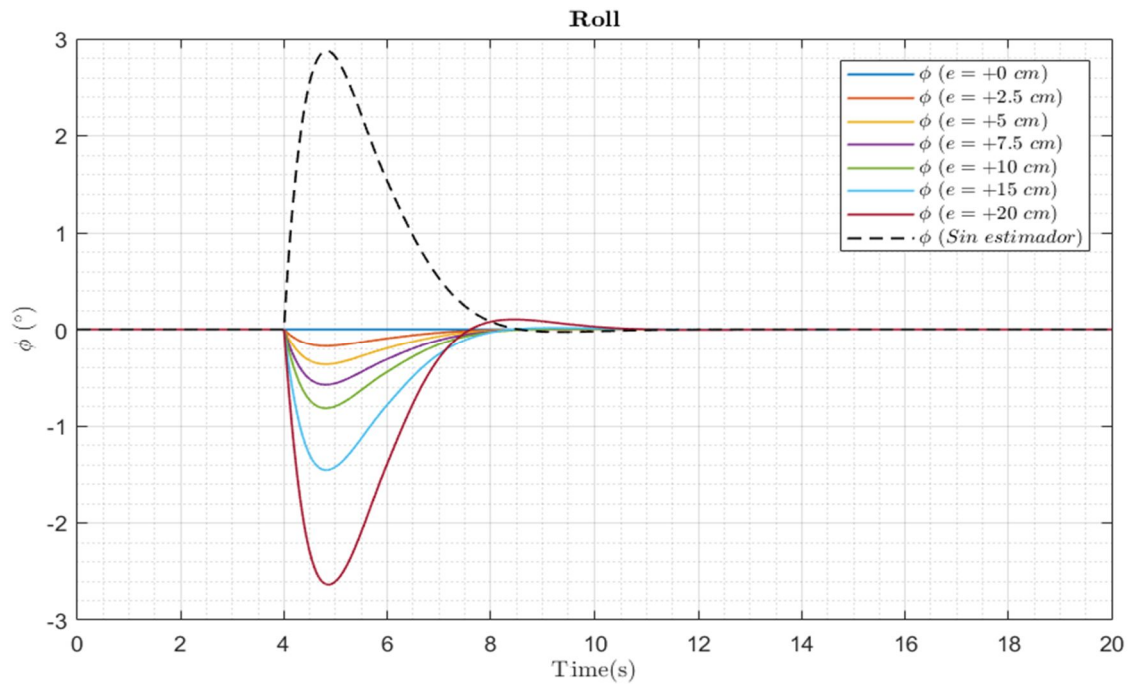


Figura 4-38. Errores en Z, situación A, movimiento en Y: ángulo de roll con errores positivos.

Para el caso el caso de movimiento en Y, se obtiene una respuesta de la misma forma que la obtenida en el movimiento en X, por lo que no se repetirá la explicación. En la tabla 4-11 se recogen los valores máximos. De nuevo se obtienen valores máximos mayores en los errores positivos que en los errores negativos, como ocurría en el movimiento X anterior. Además, se puede ver cómo esta vez los valores máximos son algo mayores que los obtenidos en el movimiento en X. En las simulaciones sin estimador se vio que el movimiento en Y era más desfavorable que el movimiento en X cuando hay efecto suelo, por lo que esto era de esperar.

Tabla 4-11. Valores del ángulo de roll con errores en Z, movimiento en Y, situación A.

Error en Z (cm)	ϕ_{Max} (°)(Error en Z ≥ 0 cm)	ϕ_{Max} (°)(Error en Z ≤ 0 cm)
± 0	0	0
± 2.5	0.1734	0.1591
± 5	0.3640	0.3062
± 7.5	0.5767	0.4427
± 10	0.8190	0.5698
± 15	1.4562	0.7992
± 20	2.6351	1.0000
Sin estimador	2.8756	2.8756

4.4.3.2 Situación B

- Movimiento en X:

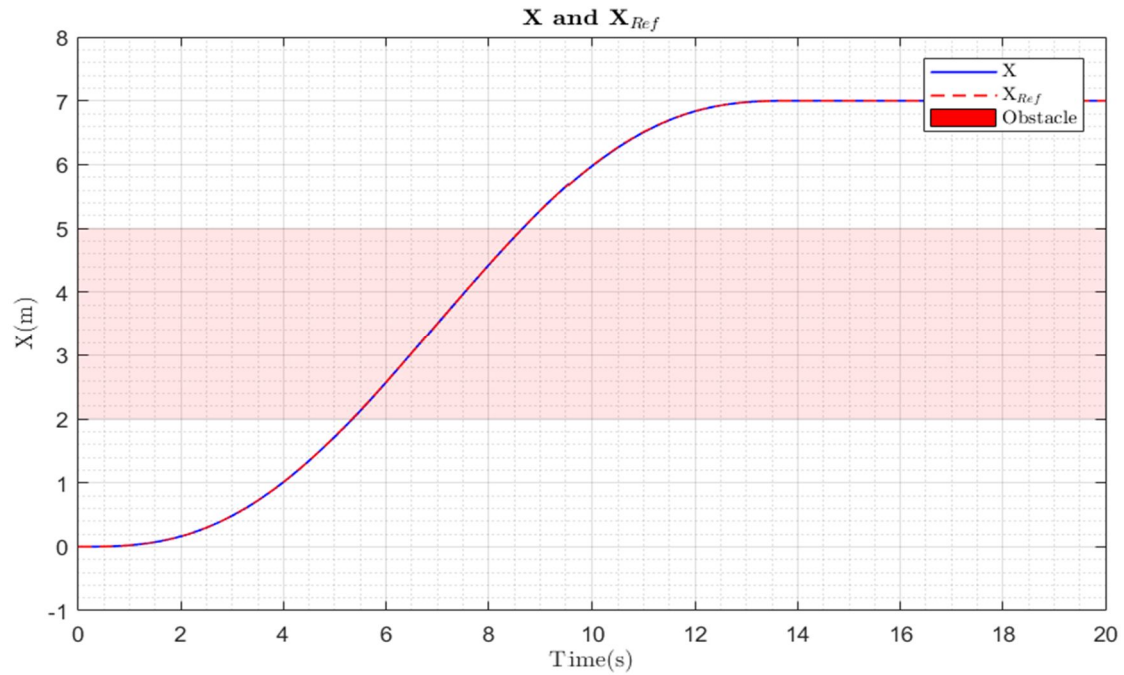


Figura 4-39. Errores en Z, situación B, movimiento en X: trayectoria.

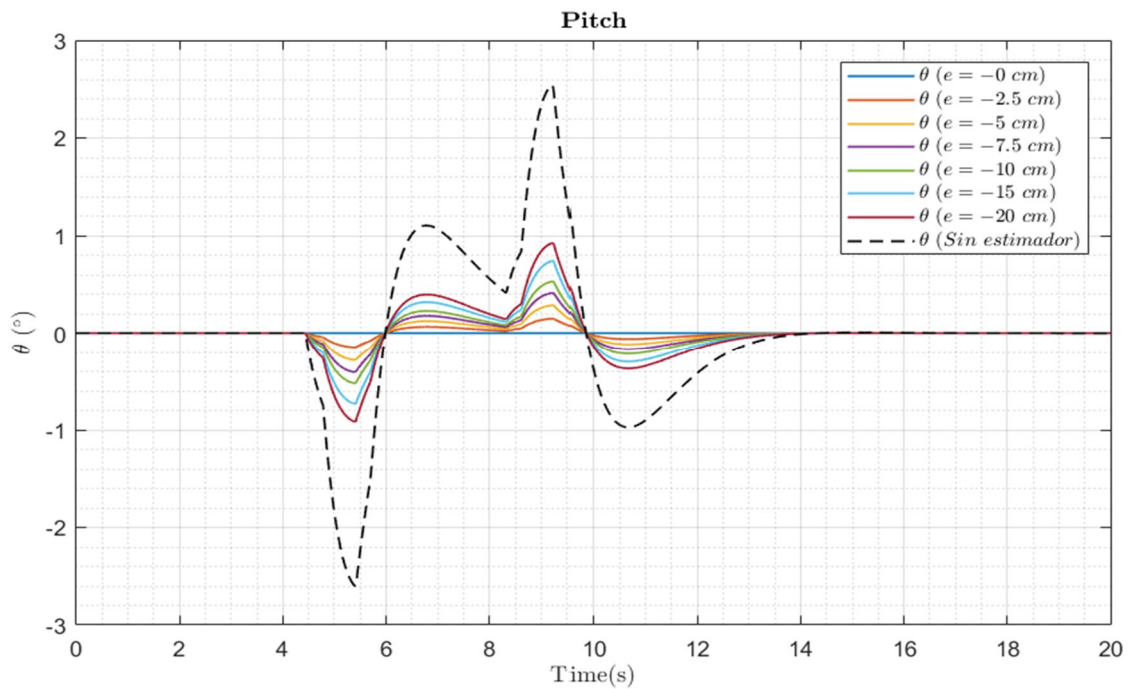


Figura 4-40. Errores en Z, situación B, movimiento en X: ángulo de pitch con errores negativos.

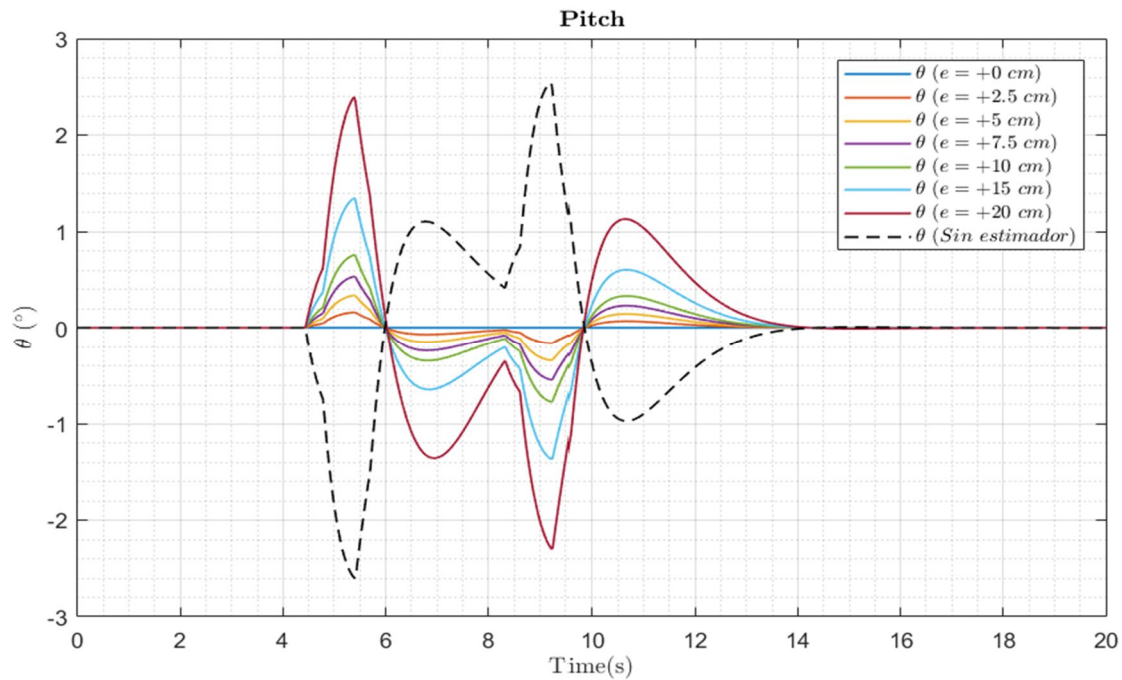


Figura 4-41. Errores en Z, situación B, movimiento en X: ángulo de pitch con errores positivos.

De nuevo, se obtiene una respuesta similar a las anteriores: para errores positivos (obstáculo más bajo de lo que se piensa) la respuesta es contraria a la respuesta sin estimador y para errores negativos (obstáculo más alto de lo que realmente se piensa) la respuesta es similar a la respuesta sin estimador, pero de menor magnitud.

En la tabla 4-12 se puede ver cómo los errores positivos son más desfavorables que los errores negativos.

Tabla 4-12. Valores del ángulo de pitch con errores en Z, movimiento en X, situación B.

Error en Z (cm)	θ_{Max} (°)(Error en Z ≥ 0 cm)	θ_{Max} (°)(Error en Z ≤ 0 cm)
± 0	0	0
± 2.5	0.1639	0.1497
± 5	0.3451	0.2872
± 7.5	0.5477	0.4142
± 10	0.7784	0.5314
± 15	1.3723	0.7420
± 20	2.3944	0.9246
Sin estimador	2.6024	2.6024

- Movimiento en Y:

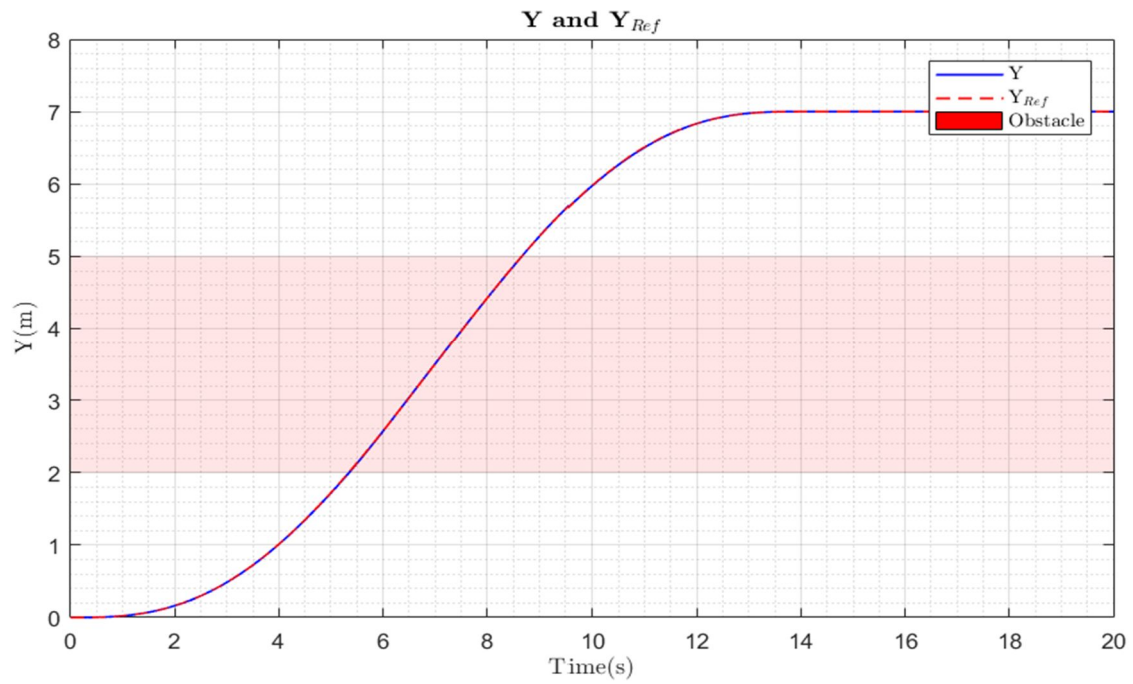


Figura 4-42. Errores en Z, situación B, movimiento en Y: trayectoria.

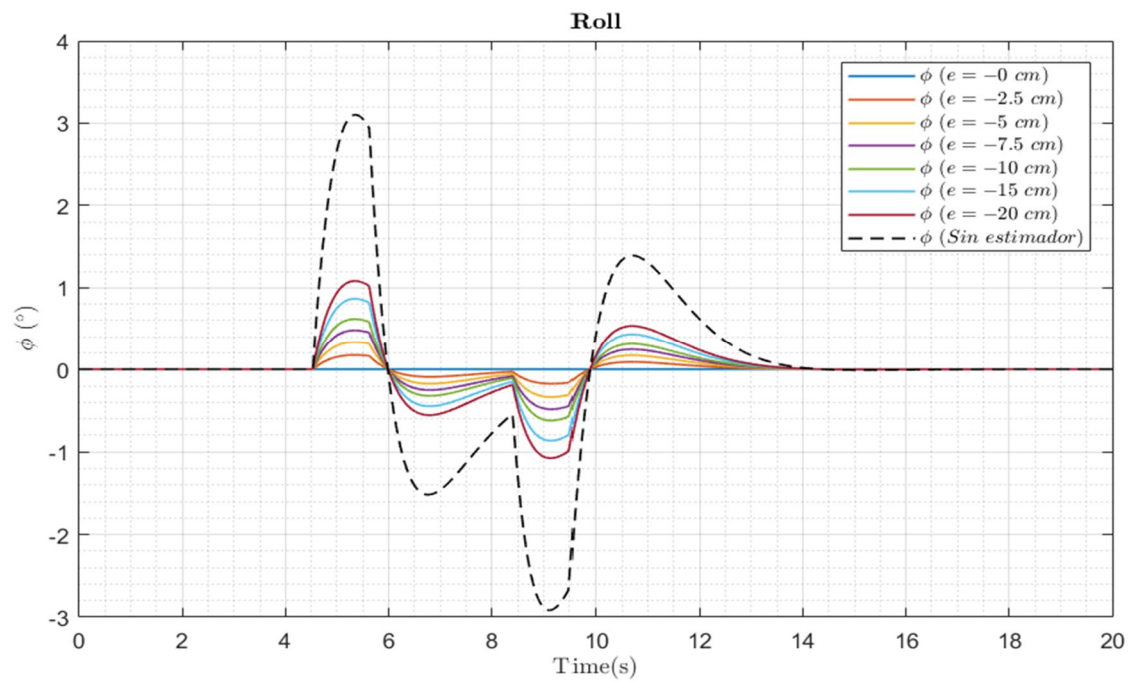


Figura 4-43. Errores en Z, situación B, movimiento en Y: ángulo de roll con errores negativos.

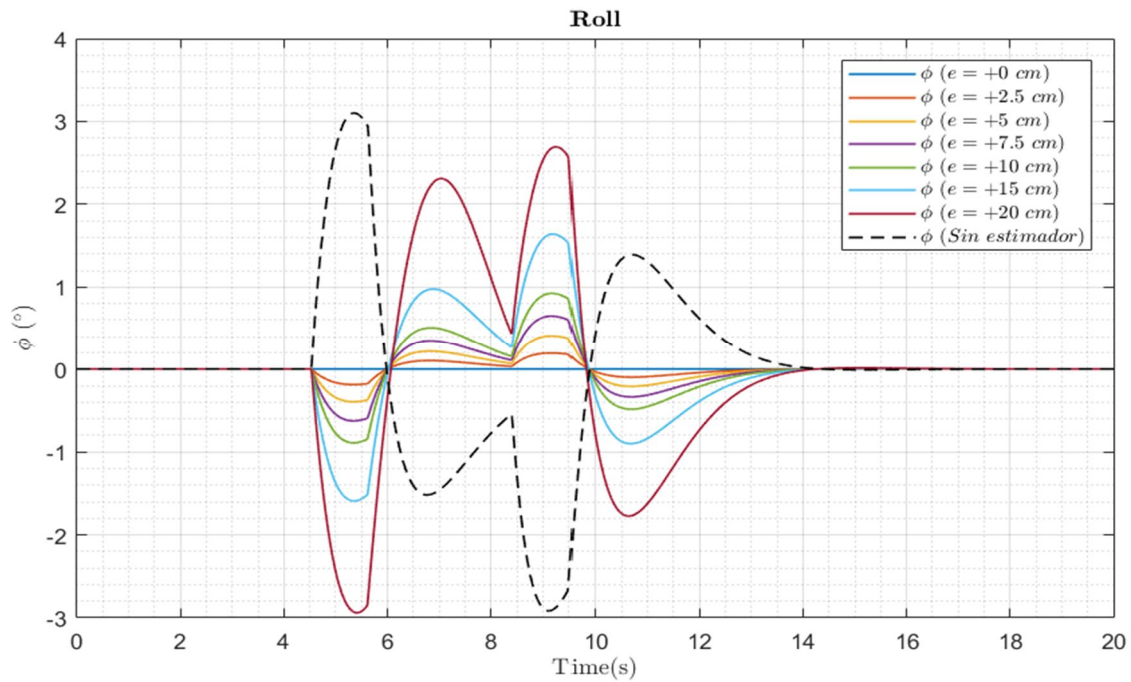


Figura 4-44. Errores en Z, situación B, movimiento en Y: ángulo de roll con errores positivos.

La respuesta es similar a la explicada anteriormente. Los valores recogidos en la tabla 4-13 vuelven a ser mayores para errores positivos que para errores negativos. Además, los valores de la tabla 4-13 son mayores que los valores de la tabla 4-12, cosa que también ocurría en la situación A cuando se tenía errores en Z. De nuevo volvemos a ver que el movimiento en Y es más desfavorable que el movimiento en X.

Tabla 4-13. Valores del ángulo de roll con errores en Z, movimiento en Y, situación B.

Error en Z (cm)	ϕ_{Max} (°)(Error en Z ≥ 0 cm)	ϕ_{Max} (°)(Error en Z ≤ 0 cm)
± 0	0	0
± 2.5	0.1931	0.1757
± 5	0.4073	0.3366
± 7.5	0.6481	0.4848
± 10	0.9237	0.6216
± 15	1.6398	0.8658
± 20	2.9395	1.0818
Sin estimador	3.1015	3.1015

Una vez realizadas las distintas simulaciones, se ha podido ver el efecto que tiene los diferentes errores en los sensores en la respuesta del hexarotor al intentar estimar el efecto suelo. Además, se ha podido ver que, hasta un determinado valor, la respuesta es mejor que la respuesta sin estimador, aunque haya errores en los sensores. Sin embargo, a partir de un valor (en unas determinadas situaciones), el estimador no mejora la respuesta en comparación con la respuesta sin estimador. Esto último se puede observar en los errores en Z, ya que a partir de un error de 15 cm la respuesta con estimador tiene un máximo similar a la respuesta sin estimador.

4.5 Efecto suelo en un hexarotor de hélices coplanarias y uno de hélices inclinadas

Una vez visto el efecto suelo en un hexarotor de hélices inclinadas, es interesante ver cómo influye la inclinación en el comportamiento del hexarotor al haber presencia de efecto suelo. En este apartado se realizarán simulaciones con efecto suelo, en el que se variaría el ángulo de inclinación de los rotores.

Se simulará únicamente el movimiento a lo largo de eje Y, ya que es el más desfavorable como se ha visto en el apartado 4.3. Se simulará las situaciones A y B, para distintos valores de α y β . De cada grafica se representará el movimiento en Y, la respuesta del ángulo de roll y el error en Y. Además, se añadirá una imagen con un zoom del ángulo de roll, ya que en los extremos del movimiento (inicio y final del movimiento) el controlador geométrico varía el ángulo de roll para poder mover el hexarotor.

La referencia en posición se pasará como una rampa, por lo que la referencia en velocidad es constante, a excepción de los extremos, donde hay una discontinuidad. Debido a esta discontinuidad, hay dos picos en las acciones de control. Se ha usado una rampa en lugar de un polinomio de orden superior (el cual tiene posición, velocidad y aceleración continua) ya que la rampa tiene aceleración nula, por lo tanto, no hace falta variar el ángulo de roll a lo largo del movimiento (a excepción del inicio y final del movimiento).

Si se hubiera usado un polinomio de orden superior, las aceleraciones no hubieran sido nula, por lo que habría variaciones del ángulo de roll, las cuales se superpondrían con las variaciones en el ángulo de roll debido al efecto suelo, por lo que el análisis del efecto suelo se hubiera complicado.

En cuanto al controlador, se ha usado el mismo controlador de orientación para todos los casos. Sin embargo, el control de posición se ha ajustado dependiendo del valor de los ángulos de inclinación.

Los casos a simular, en función del ángulo de inclinación, son:

Tabla 4-14. Casos a simular en función del ángulo de inclinación.

Caso	α (°)	β (°)
1	0	0
2	10	10
3	20	20

Como se puede ver, el caso 1 corresponde con un hexarotor de hélices coplanarias y los casos 2 y 3 con un hexarotor de hélices inclinadas. Para ambos casos, el obstáculo estará entre 3 y 6 metros, y hexarotor pasará a una distancia de $2R$ de su superficie.

4.5.1 Situación A

Simulando, se obtiene lo siguiente:

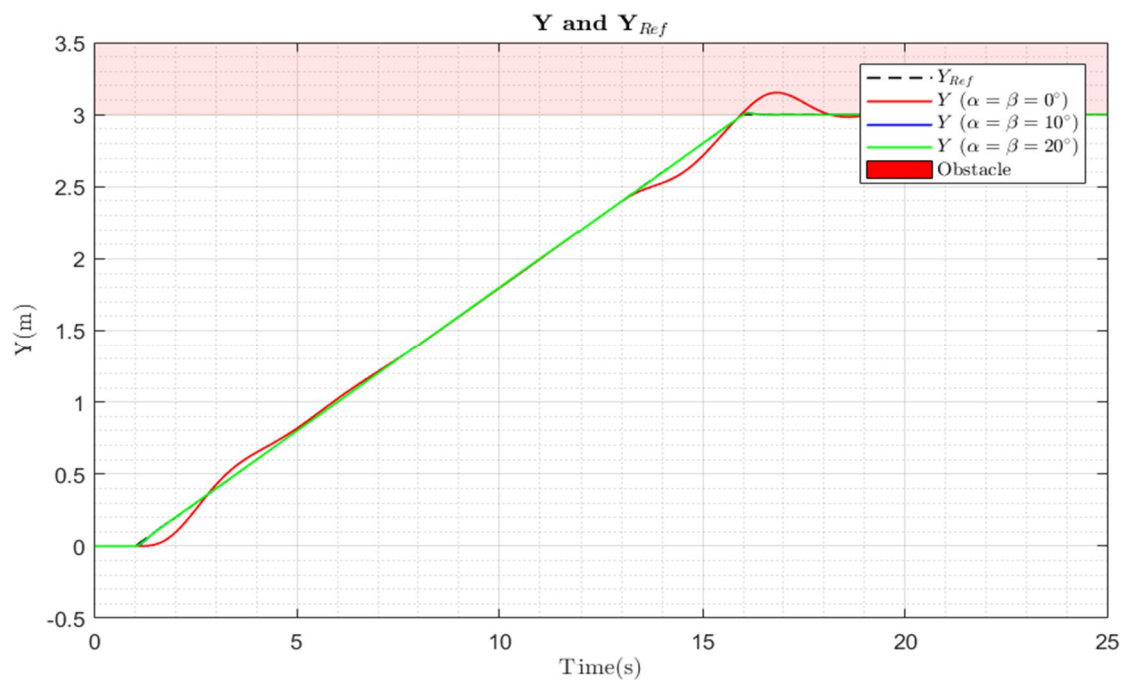


Figura 4-45. Efecto suelo, hexarotor de hélices coplanarias vs hélices inclinadas: situación A, movimiento en Y.

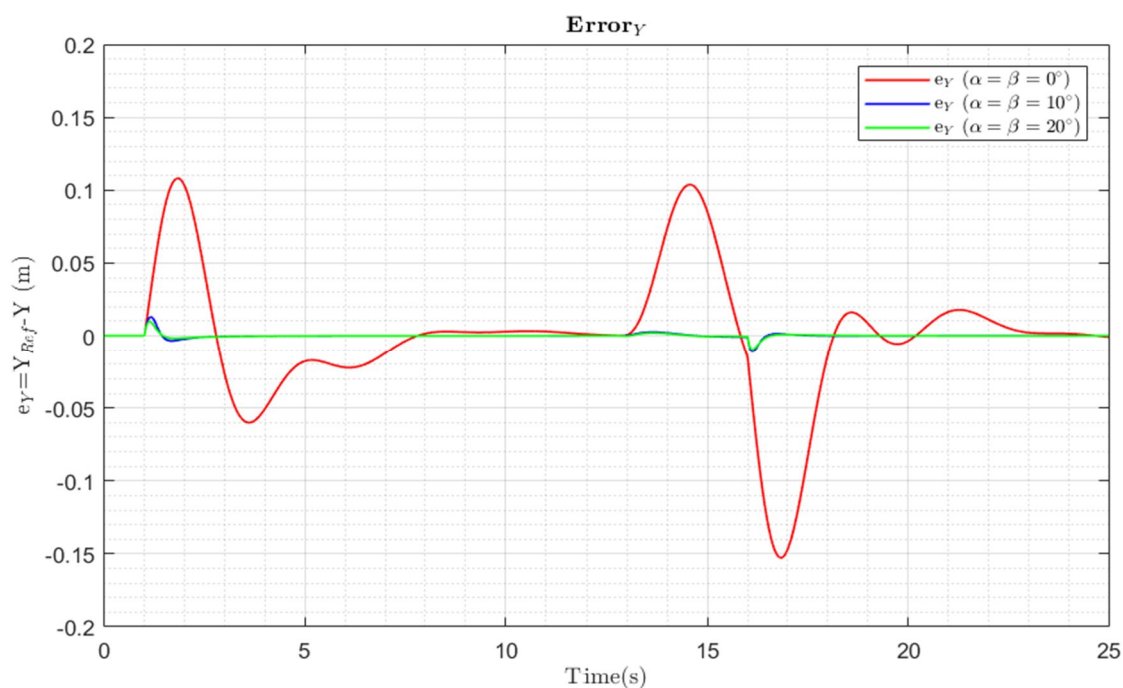


Figura 4-46. Efecto suelo, hexarotor de hélices coplanarias vs hélices inclinadas: situación A, error en Y.

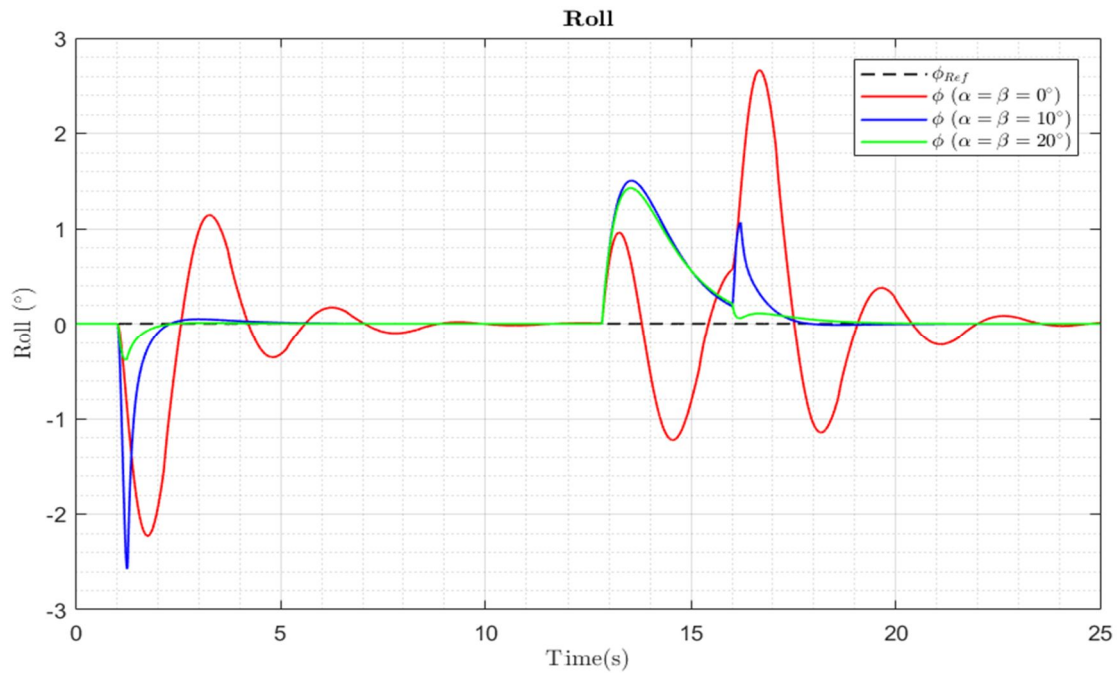


Figura 4-47. Efecto suelo, hexarotor de hélices coplanarias vs hélices inclinadas: situación A, ángulo de roll.

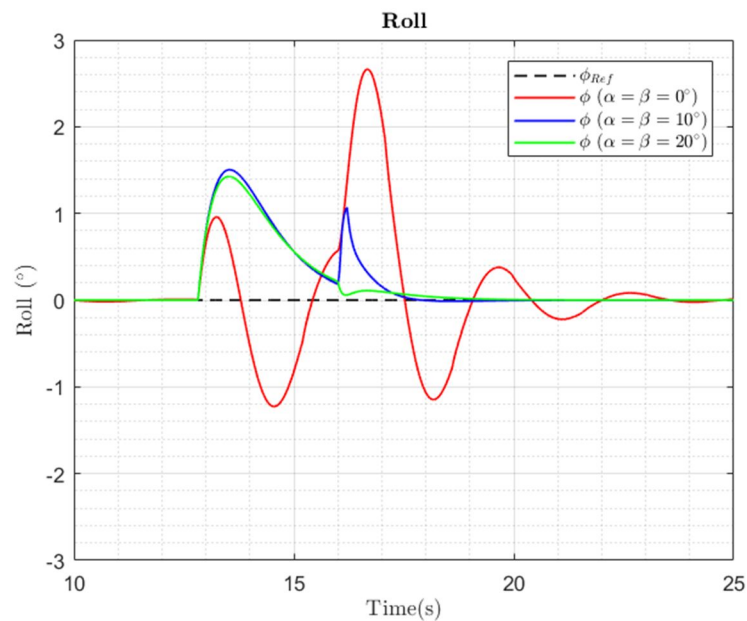


Figura 4-48. Efecto suelo, hexarotor de hélices coplanarias vs hélices inclinadas: situación A, ángulo de roll en el obstáculo.

En primer lugar, se puede ver cómo la trayectoria es mucho mejor seguida por los hexarotores de hélices inclinadas que por el de hélices coplanarias, ya que los errores en Y son mucho menores. Además, se puede observar como al principio y al final del movimiento (en 1 y 16 segundos de simulación), se producen unos picos en el ángulo de roll. Esto se debe a que el control de posición demanda una fuerza lateral para frenar al hexarotor. Para el caso de los ángulos inclinados, los picos son menores a medida que aumenta el ángulo de inclinación, al poder generar mayores fuerzas laterales.

En cuanto al efecto provocado por el obstáculo en el ángulo de roll se puede ver cómo no depende del ángulo de inclinación para los rotores inclinados (ver figura 4-48). Además, el hexarotor de hélices coplanarias va tendiendo a la misma tendencia, aunque rectifica antes. Esto se debe a que, al tener mayores errores en posición y no poder generar fuerzas laterales, el control de posición modifica la orientación, ya que prioriza la posición a la orientación.

Por lo tanto, de esta primera simulación, se puede ver que el hexarotor de hélices coplanarias y de hélices inclinada tienen una respuesta similar en cuanto al efecto suelo, aunque el hexarotor de hélices coplanarias tiene una respuesta más inestable, al ser menor su variedad de actuación. Además, en el de hélices coplanarias, el efecto suelo al modificar la orientación, influye también en la posición, cosa que no ocurre de manera tan acentuada en el de hélices inclinadas.

4.5.2 Situación B

Simulando, se obtiene lo siguiente:

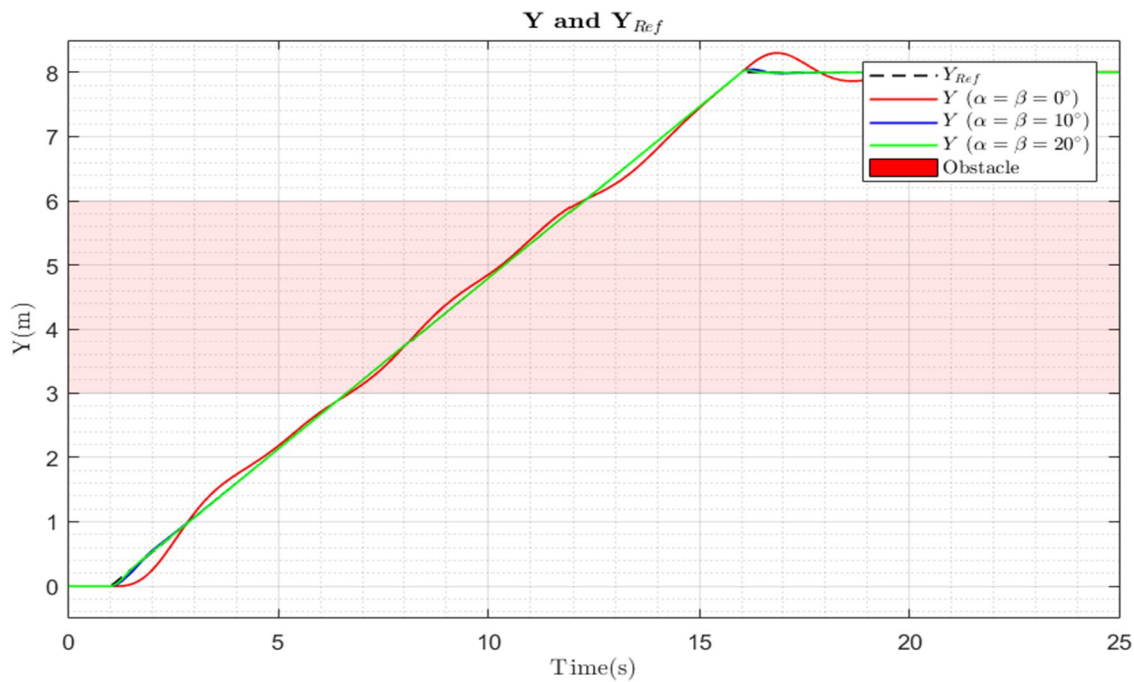


Figura 4-49. Efecto suelo, hexarotor de hélices coplanarias vs hélices inclinadas: situación B, movimiento en Y.

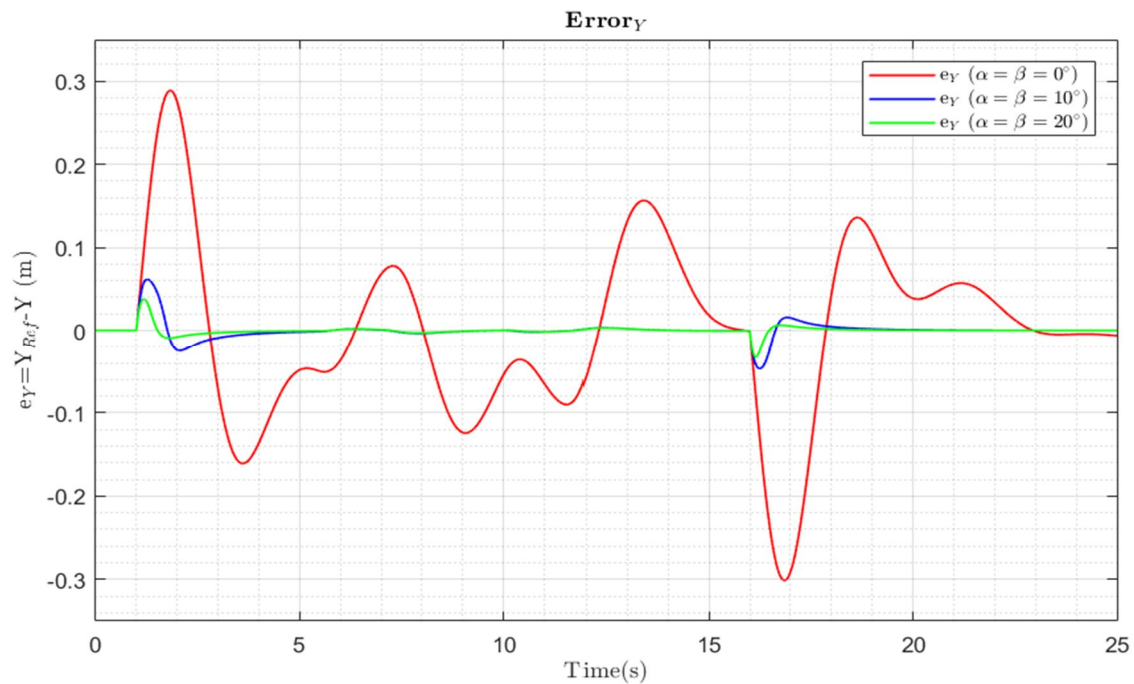


Figura 4-50. Efecto suelo, hexarotor de hélices coplanarias vs hélices inclinadas: situación B, error en Y.

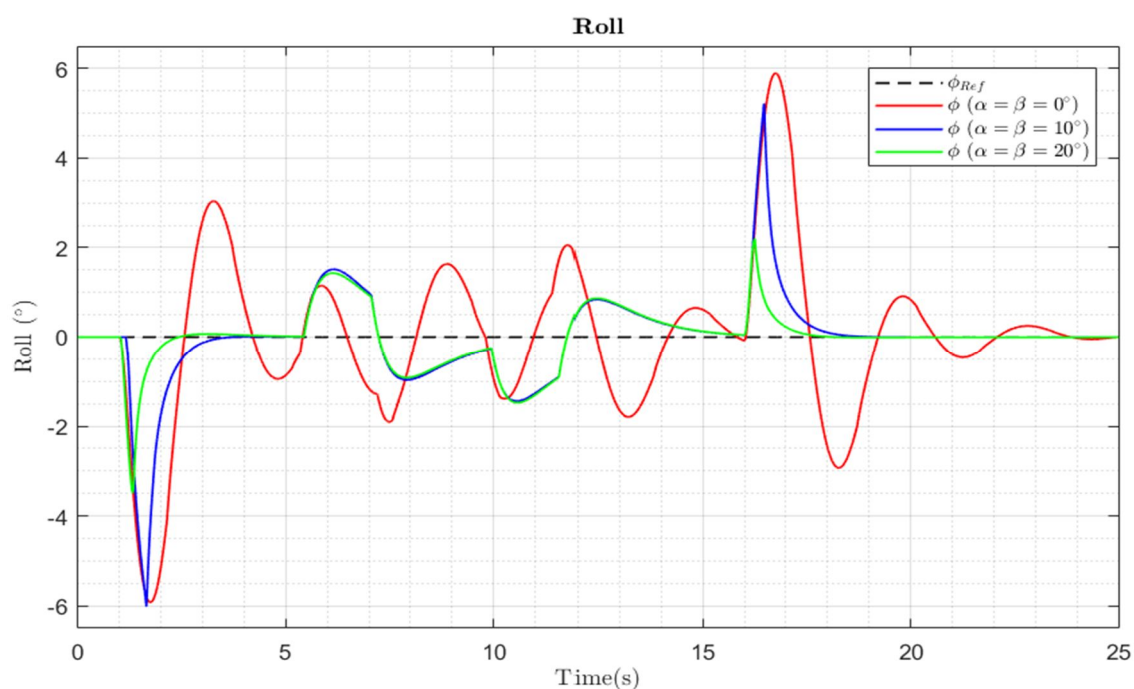


Figura 4-51. Efecto suelo, hexarotor de hélices coplanarias vs hélices inclinadas: situación B, ángulo de roll.

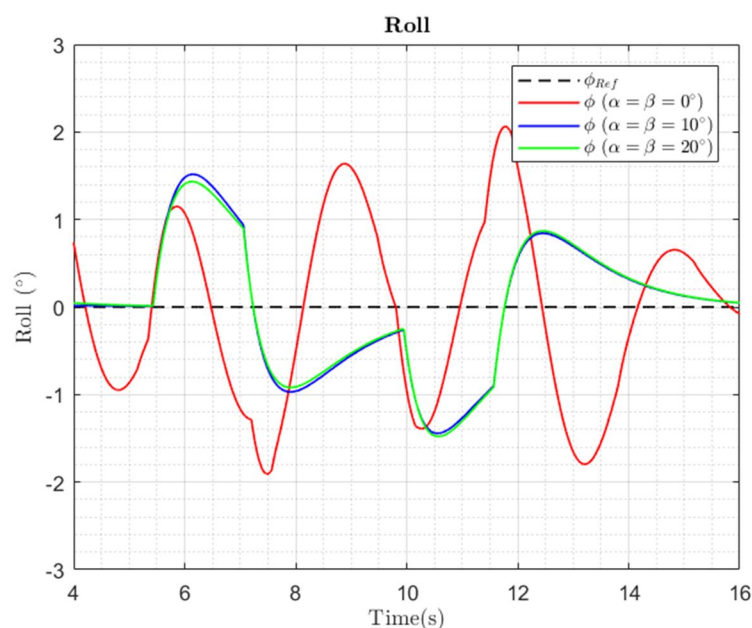


Figura 4-52. Efecto suelo, hexarotor de hélices coplanarias vs hélices inclinadas: situación B, ángulo de roll en el obstáculo.

Al realizar esta segunda simulación, se puede observar un comportamiento similar al caso anterior. El hexarotor de hélices inclinadas tiene menor error en posición que el hexarotor de hélices coplanarias.

En cuanto a la respuesta en el ángulo de roll, de nuevo se observan picos en el inicio y final del movimiento (1 y 16 segundos), provocador por el controlador de posición. Además, se observa cómo la respuesta no varía en función del ángulo de inclinación para el caso de rotores inclinados. Inicialmente, los tres casos tienen la misma respuesta, aunque después el de rotores coplanarios comienza a decrecer. Esto se debe de nuevo al control de posición, el cual modifica la orientación comandada.

Por lo tanto, se vuelve a observar lo mismo que en la situación A: todos tienen una respuesta similar ante el efecto suelo, aunque el hexarotor de hélices inclinadas tiene una respuesta más oscilante debido al control de posición, que varía la orientación.

5 DISEÑO Y MONTAJE DEL HEXAROTOR

En este capítulo se lleva a cabo el montaje del hexarotor de hélices inclinadas. En primer lugar, se verá las listas de componentes (todo lo necesario a excepción de hélices, motores, baterías y frame) que llevará equipado el hexarotor. Esto será necesario para elegir los motores, batería, hélices, ... que llevarán nuestro hexarotor.

Una vez realizada la lista de componentes del hexarotor, se lleva a cabo la elección de las hélices, motores, variadores, frame y baterías.

A continuación, con las baterías, hélices, motores, variadores y frame, se lleva a cabo el montaje del hexarotor, en primer lugar, como un hexarotor de hélices coplanarias y a continuación como de hélices inclinadas.

Finalmente, cuando se tenga el hexarotor montado se lleva a cabo la programación del mismo.

En el anexo I aparecen las características de los componentes elegidos, y en el anexo II aparecen las vistas de las diferentes piezas diseñadas.

5.1 Lista de componentes

En este primer apartado del capítulo 5, se lleva a cabo la lista de componentes que llevará equipado el hexarotor. En esta primera lista de componentes se incluirán todos los elementos que llevará equipado el hexarotor menos los motores, batería, variadores, hélices y frame, que se elegirán en el siguiente capítulo. La elección de los motores, variadores, ... está condicionada por su propio peso y por el peso de los elementos que se elegirán en este apartado.

La Raspberry Pi 3 será el autopiloto del hexarotor, que se encarga de ejecutar los algoritmos de control para controlarlo. Para poder ejecutar los algoritmos de control, necesita información del estado del UAV, la cual la proporcionará los sensores que trae la placa Navio2. Además, cualquier autopiloto no valdría para nuestro caso, ya que no es un hexarotor convencional. Lo más importante a la hora de elegir el autopiloto ha sido la facilidad que tiene para modificar el código de control, ya que nuestro controlador es diferente al que usan los multirrotores convencionales.

En el caso de que fuera necesario un procesamiento mayor, la Raspberry Pi no sería capaz de hacerlo. Para ello, se utilizaría una Intel NUC, que tiene mucha mayor potencia de procesamiento que la Raspberry Pi.

Una de las aplicaciones de este hexarotor de hélices puede ser el vuelo en espacios confinados, como por ejemplo en túneles o depósitos. En esos escenarios, puede ser necesario realizar un mapa del entorno. Para ello se utilizarían en total cuatro láseres: un láser 2D que nos daría información en el plano, y dos láseres puntuales, uno hacia arriba y otro hacia abajo.

Otros componentes que se pueden necesitar en un futuro podrían ser: dos brazos para dotar de capacidad de manipulación al hexarotor y una cámara para tomar fotos del interior del depósito o túnel al que se le realiza la inspección.

De manera resumida, los elementos que se equiparán son los siguientes:

- Raspberry Pi 3.
- Navio2.
- Intel NUC.
- Sensor laser 2D.
- Sensor laser 1D.
- Brazos.

Las características de estos elementos (a excepción de los brazos) se encuentran en el anexo I.

Una vez que se tienen todos estos elementos seleccionados, se puede estimar la masa adicional que llevará el hexarotor en vuelo, es decir, el peso que tendrá que levantar sin incluir baterías, motores y el frame. En la siguiente tabla se puede ver los pesos y el peso total.

Tabla 5-1. Pesos de componentes y peso total.

Componente	Cantidad	Peso unitario (g)	Peso unitario x Ud
Laser puntual (LightWare SF11)	2	35	70
Laser 2D (RPLIDAR A2 360°)	1	340	340
Raspberry Pi 3B	1	60	60
Navio2	1	25	25
Intel NUC	1	500	500
Brazo	2	1000	2000
PESO TOTAL (kg)			2.995 kg

Todos los elementos anteriormente citados, a excepción del autopiloto, no se van a montar en la primera fase de montaje, en la cual se lleva a cabo el ajuste de los controladores de vuelo. En esta primera fase se volará con lo esencial, para evitar que se puedan romper si hay algún tipo de accidente.

Una vez que se tienen todos los pesos, se llevará a cabo la elección de los motores, hélices, variadores, baterías y frame.

5.2 Elección del frame, motores, batería, hélices y variadores

En este apartado se llevará a cabo la elección de los motores, baterías, hélices, variadores y frame. En primer lugar, se explicará cómo se han elegido los diferentes elementos, y posteriormente se verán los componentes elegidos.

Para la elección de los siguientes componentes se han seguido los siguientes pasos:

- 1º) Estimación del peso de las baterías, frame, variadores, motores y hélices.
- 2º) Con el peso total (baterías, frame, variadores, motores, hélices y componentes del apartado 5.1), se

ajustan los motores para que se pueda mantener el hexarotor en hover con los motores al 50% de su potencia máxima.

3º) Elegidos los motores, se pueden elegir los modelos de los variadores, hélices, frame y baterías, dado un tiempo de vuelo determinado.

4º) Con todos los modelos elegidos, se recalcula el peso total y se comprueba si al 50% de la potencia máxima de los motores se mantiene en hover el hexarotor. Si es así, el diseño se da por bueno. En caso contrario, se vuelve al punto 1º para reajustar la estimación de la masa.

5.2.1 Estimación del peso de las baterías, frame, variadores, motores y hélices.

Para este apartado se han mirado componentes de hexarotores ya montados del laboratorio. Los pesos se pueden ver en la siguiente tabla:

Tabla 5-2. Pesos estimados de batería, frame y variadores.

Componente	Cantidad	Peso unitario (g)	Peso unitario x Ud
Batería	1	1300	1300
Frame	1	2000	2000
Motor + Hélice	6	170	1020
Variador	6	25	150
PESO TOTAL (kg)			4.470 kg

Por lo tanto, el peso total para el diseño de los motores es de unos 7.47 kg.

5.2.2 Elección de los motores.

Los motores tendrán que levantar un peso total de 7.47 kg, por lo tanto, cuando estén al 50% de su máxima potencia, deberán generar entre todos los motores dicho empuje. Al tener los rotores inclinados, una parte del empuje generado por los rotores no se destina a la sustentación de hexarotor, por lo que habrá que estimar esa pérdida.

Como se realizan dos rotaciones, una a través del eje X y otra a través del eje Y, la fuerza total destinada a la sustentación sería la siguiente:

$$T_z = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) \cdot T_{Total} \quad (5-1)$$


Como las inclinaciones pueden ser de hasta 20°, el 88 % ($\cos(20^\circ)^2$) se destina a generar fuerza de sustentación. Por lo tanto, se va a buscar unos motores que cumplan la siguiente condición:

$$6 \cdot T_{Motor} \cdot 0.88 \cong 7.47 \text{ kg} \quad (5-2)$$

Despejando, se necesita que cada motor tenga la siguiente fuerza (equivalente en kg):

$$\begin{aligned} T_{Motor} &\cong 1.41 \text{ kg} \\ T_{Motor} &\cong 13.84 \text{ N} \end{aligned} \quad (5-3)$$

A continuación, se muestra la hoja característica del modelo *T-motor Navigator MN4014 400KV*. Se puede ver cómo para unas hélices de 16x5.4, al 50% de potencia máxima, se tiene un empuje de 1410 G.

Item No.	Voltage (V)	Prop	Throttle	Current (A)	Power (W)	Thrust (G)	RPM	Efficiency (G/W)	Operating Temperature (°C)
	22.2	T-MOTOR 15*5CF	50%	5.7	126.54	1250	4500	9.88	46
			65%	9.1	202.02	1630	5200	8.07	
			75%	12	266.40	1950	5800	7.32	
			85%	15.8	350.76	2370	6400	6.76	
			100%	18.7	415.14	2620	6700	6.31	
		T-MOTOR 16*5.4CF	50%	6.4	142.88	1410	4200	9.92	53
			65%	11	244.20	1920	5000	7.86	
			75%	14.6	324.12	2380	5500	7.34	
			85%	19.1	424.02	2790	6100	6.58	
			100%	22.5	499.50	3020	6300	6.05	
		T-MOTOR 17*5.8CF	50%	7.6	168.72	1530	4000	9.07	67
			65%	12.8	284.16	2180	4800	7.67	
			75%	16.7	370.74	2550	5250	6.88	
			85%	2.17	48.17	3110	5700	64.56	
			100%	25.7	570.54	3360	6000	5.89	

Notes: The test condition of temperature is motor surface temperature in 100% throttle while the motor run 10min.

Figura 5-1. Hoja de características de *T-motor Navigator MN4014 400KV*.

El empuje del motor al 50% es:

$$T_{Motor} = 1410 \text{ G} = 13.83 \text{ N} \quad (5-4)$$

Se puede ver cómo este motor cumple el empuje necesario obtenido en 5-3, por lo tanto, se tomará en un principio. Obtenido los motores, se pueden obtener las hélices y los variadores.

5.2.3 Elección de hélices, variadores, batería y frame.

En el apartado anterior, se obtuvo una fuerza determinada usando unas hélices de 16x5.4, por lo tanto, se buscarán unas hélices de dicho tamaño para poder generar dicho empuje. Se han buscado unas hélices, y se han elegido las hélices *T-motor 16x5.4*.

En cuanto a los variadores, tenemos que ver cuál es la corriente máxima que van a demandar nuestros motores, ya que es la que usaremos para seleccionar los variadores. Viendo la hoja de características del motor seleccionado, se obtiene que la corriente máxima que puede llegar a consumir es de 30 A. Por lo tanto, nuestro variador debe soportar, como mínimo una corriente igual a 30 A.

Viendo las características del variador *Tmotor AIR 40A 600Hz 2s-6s OPTO*, se observa como aguanta hasta una corriente de 40 A en servicio, es decir, de manera continua, y también 60 A de pico. Por lo tanto, este variador soporta las corrientes que puede consumir el motor seleccionado.

El siguiente paso es la elección de la batería. Para poder elegir la batería, se necesita saber el tiempo de vuelo que se desea tener. Para nuestro caso, se tomará un tiempo de vuelo aproximadamente de 10 minutos. Por lo tanto, la capacidad debe ser, como mínimo, la siguiente (donde los 6.4 A de consumo por motor se han obtenido de la figura 5-4):

$$6 \cdot 6.4 \text{ A} \cdot \frac{1000 \text{ mA}}{1 \text{ A}} \cdot 10 \text{ min} \cdot \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} = 6400 \text{ mAh} \quad (5-5)$$

Además de tener una capacidad mínima de 6400 mAh, la batería deberá tener un voltaje de 22.2 V, como especifica la figura 5-4. Si se ven las características del motor seleccionado, se recomienda unas baterías Lipo de 4 a 8 celdas (4-8S).

Tras buscar una batería que cumpla con estos requisitos, elegimos la batería *Gens ACE Tattu 6s 8000mAh 25C*, ya que cumple el número de celdas, el voltaje y la capacidad mínima. Como tiene 8000 mAh sobra capacidad para alimentar otros componentes.

En cuanto al frame, se han barajado dos posibilidades: diseñar una propia estructura, como se hace en [6], o bien comprar un frame comercial, el cual se modificaría para poder inclinar los rotores. Se ha elegido la segunda opción, ya que la primera de ellas era mucho más cara y, además, en el caso de que se rompa alguna parte del frame es más fácil de conseguir para el caso de un frame comercial que para el caso de un frame diseñado por uno mismo.

El frame comercial elegido ha sido el *Tarot X6 Plegable*, al tener una envergadura similar a la que se quiere, y al tener un peso reducido (2 kg).

5.2.4 Cálculo del peso de batería, variadores y frame seleccionados.

Una vez que se tienen todos los componentes seleccionados, se comprueba que el peso es similar al estimado al principio del problema. Consultado las diferentes hojas de características (el peso de las hélices no se ha encontrado, pero al ser de fibras de carbono es muy poco), se obtiene el siguiente peso:

Tabla 5-3. Pesos de batería, frame y variadores seleccionados.

Componente	Cantidad	Peso unitario (g)	Peso unitario x Ud
Motor	6	150	900
Batería	1	1194	1194
Frame	1	2000	2000
Variador	6	26	156
PESO TOTAL (kg)			4.250 kg

Como se puede observar, el peso obtenido es algo menor que el peso estimado (unos 200 g), por lo tanto, el diseño realizado es válido, ya que los motores deberán levantar algo menos de peso al ser el peso utilizado en el diseño mayor que el real.

5.3 Montaje del hexarotor

En este apartado se verán los pasos seguidos para llevar a cabo el montaje del hexarotor. Lo primero que se ha realizado ha sido el montaje del frame, ya que venía prácticamente desarmado. Para ello, se han seguido las instrucciones y las recomendaciones de gente del grupo GRVC que ya ha montado este frame en ocasiones anteriores.

Una vez que se tiene el frame montado, se han llevado a cabo las soldaduras necesarias para unir los cables de señal y potencia que trae el frame con los variadores.

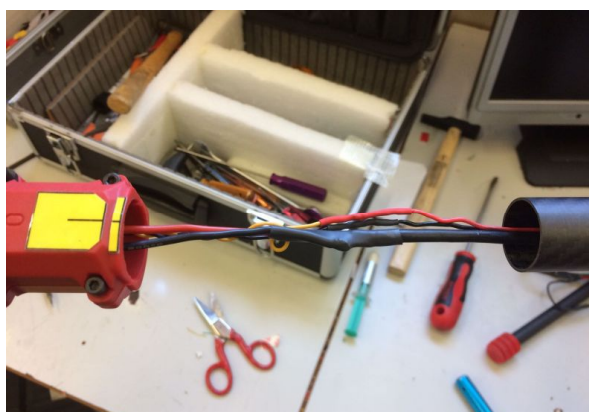


Figura 5-2. Soldadura de los cables del variador y los del frame.

A continuación, se han comprado unos conectores para poder conectar los variadores y los motores, ya que los variadores no traían conectores soldados. Además, se ha acortado la longitud del cable de los motores, ya que era bastante largo, y se ha aprovechado para cambiar los conectores de los cables de los motores. Con esto, ya se tendrían los variadores, el frame y los motores montados.

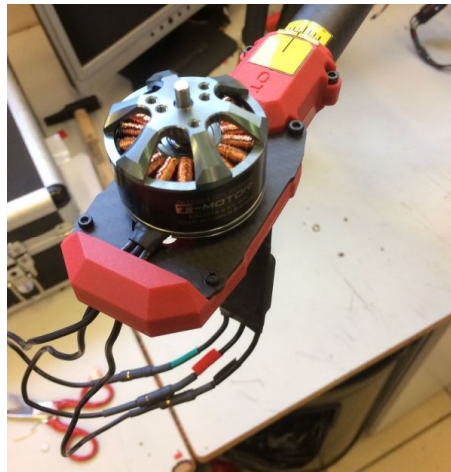


Figura 5-3. Variador y motor conectados.

El conector para alimentar los motores que trae el frame no era el mismo que el conector que traía la batería comprada, por lo que se ha cortado el conector del frame y se ha soldado un conector nuevo. Después, se ha tenido que comprar cables de servo para conectar el autopiloto con los motores, así como para conectar el autopiloto con la placa controladora del tren de aterrizaje.

Una vez que se tiene el frame, motores y variadores montados, así como los cables de servo conectados al frame, se ha llevado a cabo la calibración de los variadores. Para ellos, se ha usado un *Servo Tester*, el cual permite la calibración de los variadores sin necesidad de tener instalado un transmisor y receptor.

Con el frame ya montado, se ha llevado a cabo el montaje del autopiloto en el frame. El autopiloto no se instalará directamente en el frame, sino que irá instalado en una placa amortiguadora, y esta se instalará en el frame. La placa amortiguadora tiene la finalidad de reducir las vibraciones que le llegan a la controladora de vuelo. La placa amortiguadora que se ha utilizado es la *Placa amortiguadora APM CC3D Multiwii*.

Para montar la placa amortiguadora en el frame, se ha pegado la mitad de la placa amortiguadora en el frame con epoxi, y la otra mitad en una pieza impresa con la impresora 3D que se atornilla en el inferior del autopiloto. Una vez que se ha dejado secar ambas piezas, se han unido entre mediante las gomas de silicona que trae la placa amortiguadora.

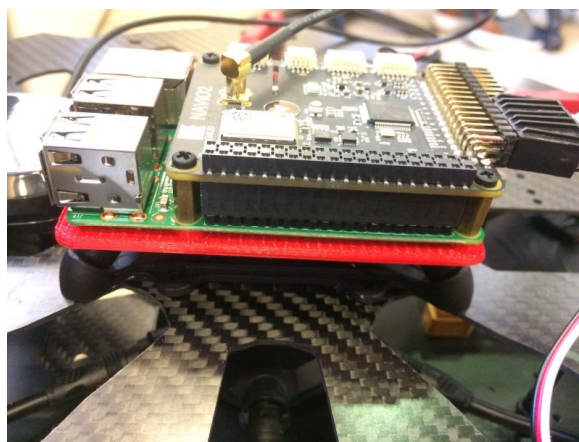


Figura 5-4. Placa amortiguadora instalada en el frame.

A continuación, se ha llevado a cabo la instalación del receptor. El receptor usado es el *Futaba R7008SB Sbus-FASSTest*. Una vez conectado, se ha vinculado con una emisora disponible en el laboratorio. La emisora que se ha usado es la *Futaba 14SG 2.4Ghz 14 canales FASSTest*.

Finalmente, se ha conectado la antena GPS que trae el Navio2, así como el power module para poder alimentar

el autopiloto con la batería que lleva el hexarotor. El resultado, sin inclinar todavía los rotores, es el siguiente.



Figura 5-5. Hexarotor de hélices coplanarias montado.

5.4 Inclinação de las hélices en el frame

Como se explicó anteriormente, el frame elegido es un frame comercial, por lo tanto, es necesario un método para poder inclinar las hélices. Las hélices son giradas dos ángulos, uno alrededor del eje X y otro ángulo alrededor del eje Y. En este apartado veremos cómo se van a realizar dichos giros.

5.4.1 Giro alrededor del eje X

Para realizar el giro alrededor del eje X del motor (ver figura 5-15), se utilizará la propia pieza que trae el frame, ya que permite realizarlo sin problemas.

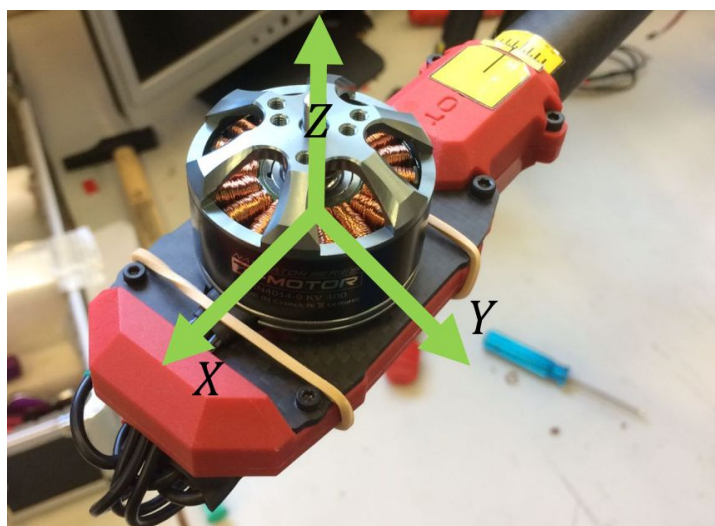


Figura 5-6. Motor con ejes locales.

Se ha tenido dificultades para medir el ángulo que se inclina el rotor alrededor de este eje. La primera opción que se usó era ver el ángulo a través de un semicírculo graduado. Esta opción llevaba mucho tiempo y no era demasiado precisa.

Para solucionar este problema, se han diseñado unas pegatinas que se han pegado en la pieza que gira y en el tubo alrededor del que se gira. La pegatina pegada en la pieza que gira es un indicador. La pegatina pegada en el tubo alrededor del que se gira es una escala que pone diferentes ángulos de giro.

Para obtener la segunda pegatina, se ha tenido que medir el diámetro del tubo para obtener la relación longitud-ángulo que tiene la superficie externa del ángulo. Las pegatinas se pueden ver en las siguientes imágenes.

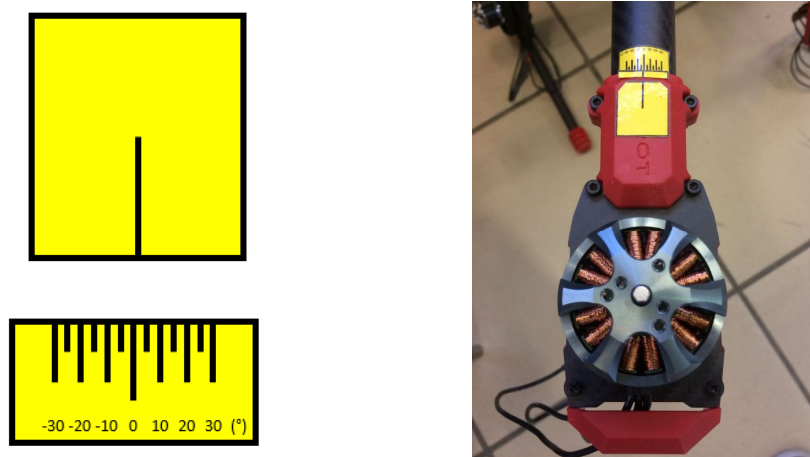


Figura 5-7. Diseño de las pegatinas (izquierda) y pegatinas ya pegadas (derecha).

5.4.2 Giro alrededor del eje Y

Para realizar el giro alrededor del eje Y del motor ya girado (ver figura 5-17), se imprimirán piezas en la impresora 3D las tendrán una inclinación determinada sobre la que se apoyará el motor. Al principio, se intentó diseñar una pieza que fuera capaz de variar el ángulo de inclinación del rotor. Sin embargo, esto no ha sido viable, ya que la pieza perdería bastante resistencia y podría romperse al no soportar el par del motor.

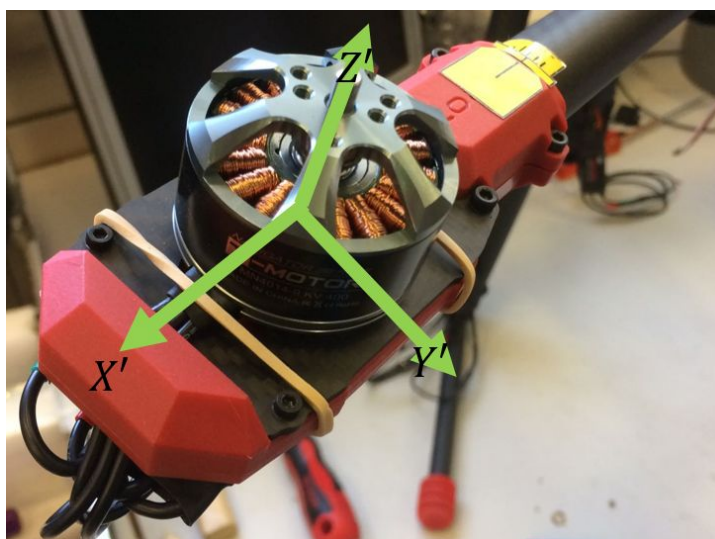


Figura 5-8. Motor con ejes locales, tras giro en eje X.

La pieza diseñada se ha realizado usando CATIA V5. Se han realizado dos versiones de la pieza, ya que la primera parecía que no era muy resistente y podría romperse ante el par del motor.

5.4.2.1 Versión 1

La pieza a diseñar debe atornillarse en el lugar donde va la lámina de fibra de carbono que sujeta el motor. Por lo tanto, la base de la pieza tiene que tener la siguiente forma.



Figura 5-9. Pieza de fibra de carbono donde apoyan los motores.

Además, la lámina de fibra de carbono que sujeta el motor se deberá atornillar en la parte superior de la pieza diseñada, por lo que tanto la parte superior como la inferior de la pieza diseñada deben tener la misma forma, para que los tornillos encajen de la forma deseada.

Como hay hélices que van inclinadas hacia adentro, se deberán hacer dos piezas: una inclinada hacia dentro y otra inclinada hacia afuera. Además, puede ser posible que la pala del rotor choque con el brazo del hexarotor, por lo que fue necesario darle cierta altura a la pieza para que las hélices no chocaran.

Finalmente, para ahorrar material y tener un lugar donde guardar el cable sobrante, las piezas serán huecas, y además, tendrán unos pequeños orificios en las paredes para poder introducir los cables de los motores y de los variadores en el interior de la pieza.

De manera resumida estas son las características de la pieza diseñada:

- Parte superior e inferior con la misma forma que la lámina de fibra de carbono donde se instalan los motores.
- Tienen una cierta altura para evitar choques de las hélices con el frame.
- Son huecas para ahorrar material de impresión y para almacenar cable sobrante.
- Tienen dos orificios en las paredes para introducir los cables de los motores y variadores.

Con estos requisitos de diseño, la pieza diseñada en CATIA tiene la siguiente forma.

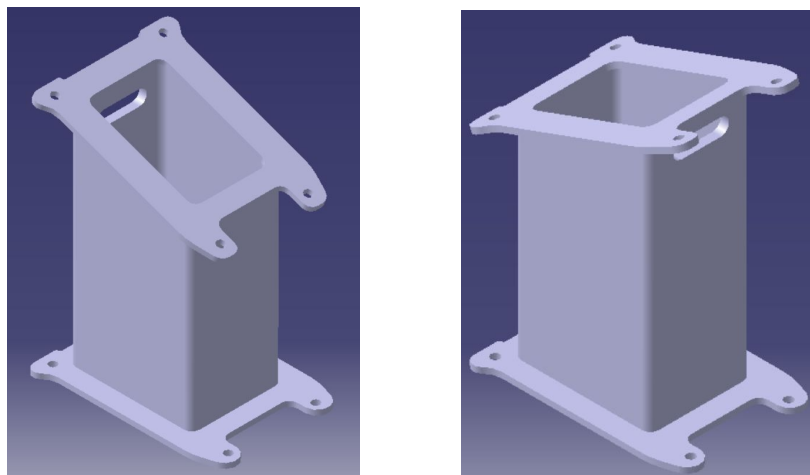


Figura 5-10. Piezas hacia adentro (izquierda) y afuera (derecha) versión 1, CATIA.

Una vez que se tiene la pieza diseñada, se puede imprimir una primera pieza para ver si se cumplen estos requisitos. En el caso de que sí se cumplan, se podría seguir imprimiendo nuevas piezas. El material de impresión es PLA.



Figura 5-11. Pieza versión 1 instalada.

Tras imprimir algunas piezas de esta primera versión, se comprobó que no eran demasiado resistentes, y que era posible que no soportaran el par del motor. Debido a esto, se modificó esta primera versión dando lugar a la segunda versión.

5.4.2.2 Versión 2

El objetivo de la segunda versión, como se ha dicho anteriormente, es aumentar la resistencia de la primera versión. Para aumentar la resistencia se han introducido cuatro varillas de fibra de carbono, una en cada cara lateral de la pieza, aumentando así de forma considerable la resistencia de la pieza.

Para ello, se ha modificado la primera versión, añadiéndole unos agujeros pasantes que van desde la parte inferior hasta la parte superior de la pieza, en los que se instalarán las varillas de fibra de carbono. Las varillas que se introducirán serán de 3 mm de diámetro.

La nueva pieza tiene, prácticamente, la misma forma que la primera versión, como se puede ver en la siguiente imagen, pero ahora es mucho más resistente.

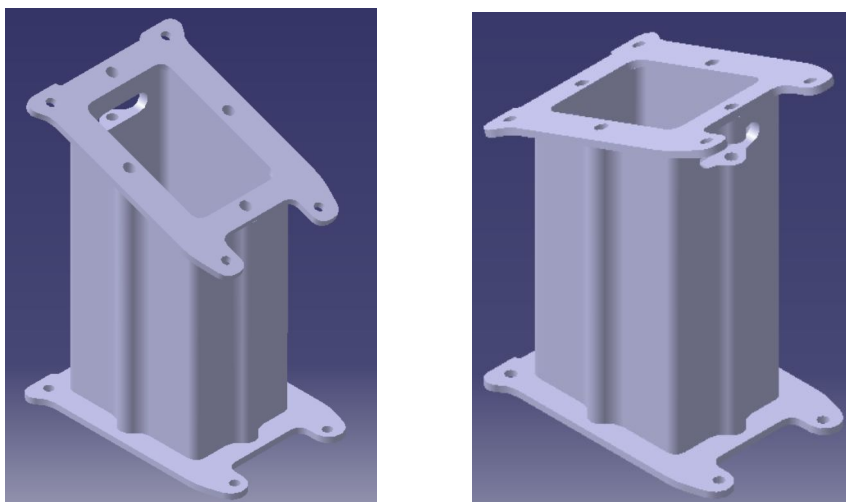


Figura 5-12. Piezas hacia adentro (izquierda) y afuera (derecha) versión 2, CATIA.

Tras imprimir una pieza e introducir las varillas de fibra de carbono, las cuales se deben cortar con la longitud de cada agujero pasante, se tiene la siguiente pieza ya instalada.



Figura 5-13. Pieza versión 2 (con refuerzos) instalada.

Finalmente, el hexarotor montado completamente con las hélices y los rotores inclinados se puede ver en la siguiente imagen.



Figura 5-14. Hexarotor con hélices inclinadas montado.

5.5 Programación de la Raspberry Pi

Para programar el autopiloto con el programa de control, se ha usado una aplicación en MATLAB desarrollada por Antonio Enrique Jiménez Cano. La aplicación permite pasar un programa de control desarrollado en MATLAB-Simulink a la Raspberry Pi. Con esto se evita tener que escribir un nuevo código para la Raspberry Pi en un lenguaje de programación, ya que la traducción a dicho lenguaje lo hace la propia aplicación.

Para poder usar dicha aplicación se ha tenido que instalar el sistema operativo Ubuntu, ya que la aplicación se ha desarrollado en Ubuntu, evitando así errores al pasar el programa a Windows. Además, se ha necesitado lo siguiente:

- MATLAB R2017b.
- Eclipse Oxygen.
- Librerías de boost.
- Un cross compiler para Raspberry Pi.

En la siguiente imagen se puede ver una imagen de la interfaz de la aplicación, la cual permite pasar un programa a la Raspberry Pi, lanzarlo, pararlo, ...



Figura 5-15. Interfaz de la aplicación.

El archivo de Simulink sobre el que se trabajará es con el que ya ha estado trabajando Antonio Enrique, el cual tiene estimadores ya desarrollados y un controlador. Sin embargo, el controlador que tiene es para un quadrotor, por lo que habrá que modificarlo para que sea compatible con el hexarotor. En la figura 5-23 se puede ver el programa base sobre el que se trabajará, en la figura 5-24 se puede ver el interior del subsistema *Sensors* y en la figura 5-25 se puede ver el interior del subsistema *Controllers*.

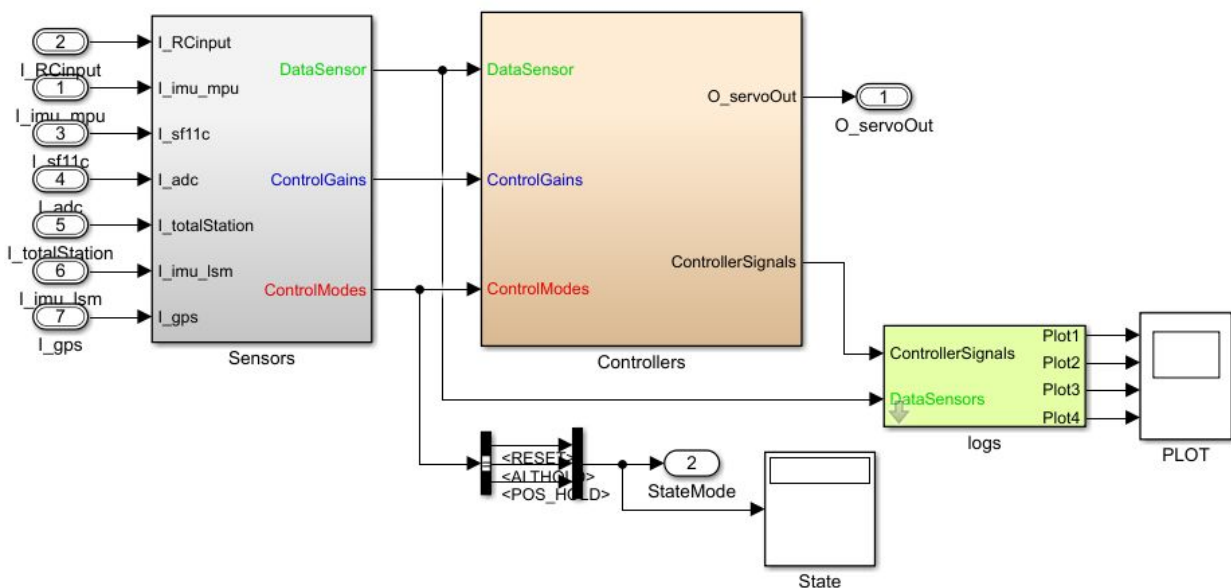
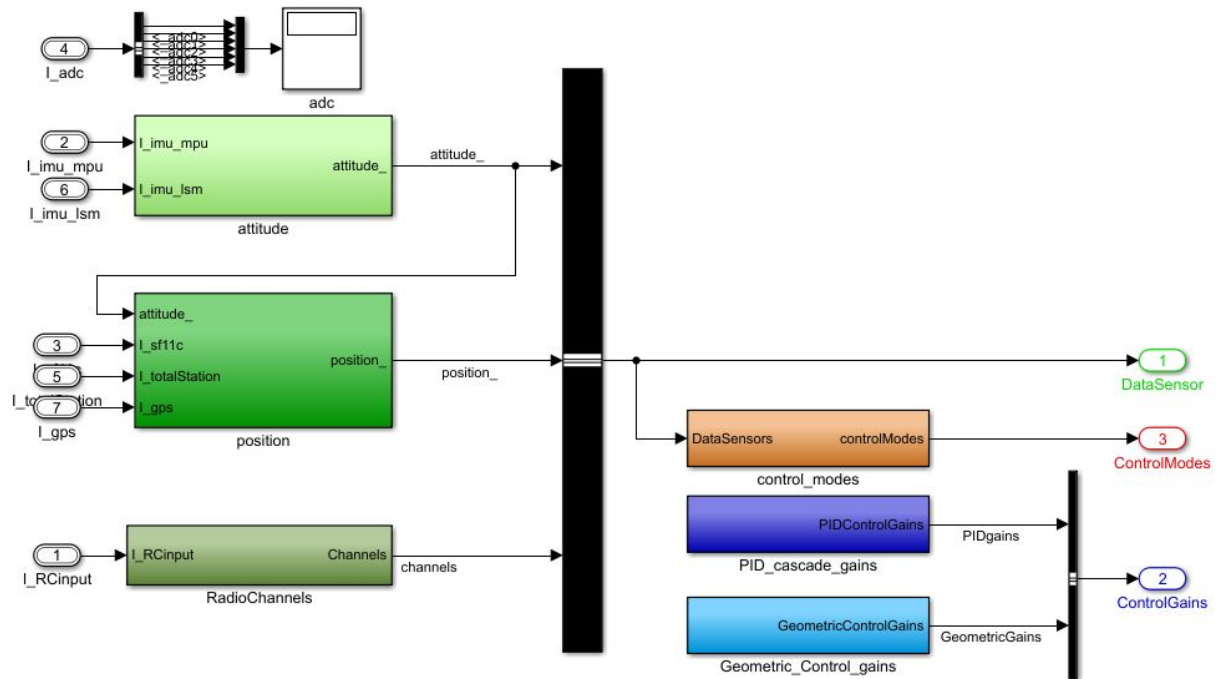
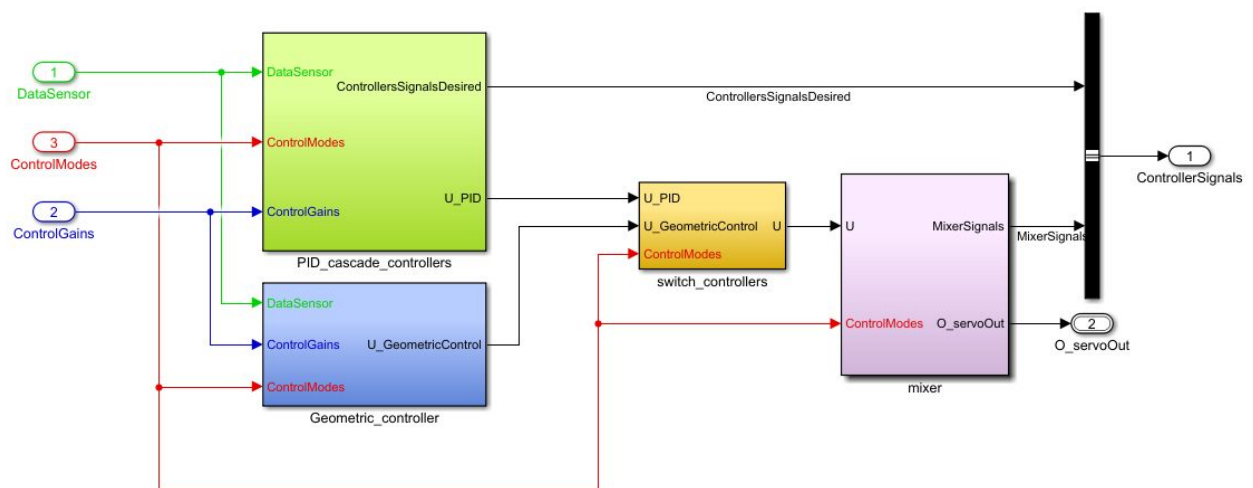


Figura 5-16. Programa base de Simulink.

Figura 5-17. Interior del subsistema *Sensors*.Figura 5-18. Interior del subsistema *Controllers*.

En primer lugar, se ha modificado los estimadores para que los giros en roll, pitch y yaw correspondan con los giros que se realiza en el hexarotor, ya que los ángulos estaban cambiados. Los ejes ligados al hexarotor no son los mismos que los que se han usado para las simulaciones.

En la siguiente imagen se pueden ver los ejes que se han usado. Se puede ver como la parte delantera del hexarotor está marcada por las piezas en rojo del frame, el eje Y va hacia la derecha, por lo que el eje Z irá hacia abajo.



Figura 5-19. Ejes usados en el frame.

A continuación, se han tenido que cambiar los canales que se van a usar, y los valores límites que se reciben, ya que con estos valores se puede cambiar de un modo a otro modo de control. Los modos que se tienen son los siguientes. Cuando se vaya a volar el hexarotor se irá pasando de uno a otro en orden.

- 1) Motores parados.
- 2) Control en actitud.
- 3) Control en altitud.
- 4) Control en posición.

Una vez que se tiene los canales cambiados y ajustados, se ha cambiado el controlador para poder usar 6 motores. Para ello se ha introducido una aproximación de la matriz que relaciona la salida de control (fuerza y los tres pares) con las velocidades de los motores, que es la salida del autopiloto.

Antes de volar el hexarotor con las hélices inclinadas, se volará el hexarotor con las hélices coplanarias. Una vez que se tenga el hexarotor volando con las hélices coplanarias, se pasará a controlar el hexarotor con las hélices inclinadas.

6 CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS DE INVESTIGACIÓN

Tras haber visto los diferentes capítulos de este trabajo fin de grado, se puede llegar a las siguientes conclusiones en cuanto a la configuración de hélices inclinadas.

En primer lugar, se puede concluir que la configuración de rotores inclinados se comporta mejor que la configuración de rotores coplanarios, ya que se ha observado que los resultados (en el capítulo de control como en el capítulo de efecto suelo) obtenidos son mucho mejor para la primera configuración que para la segunda.

Además, se ha podido ver que el mejor controlador para esta configuración, de los diferentes que se han probado, es el controlador geométrico corrector, ya que tiene en cuenta las fuerzas que son generables por el hexarotor, pudiendo así modificar la orientación para conseguir la referencia en posición.

Así mismo, se pueden realizar diversas propuestas para continuar investigando esta configuración, debido a que no se ha investigado demasiado en comparación con la configuración convencional.

En primer lugar, lo que se propone es la realización de experimentos similares a las simulaciones realizadas, para así poder comparar los resultados experimentales con los de simulación: prueba de diversos controladores y efectos aerodinámicos.

En segundo lugar, se propone comprobar si el tiempo de vuelo se ve reducido de la forma que se estimó en el capítulo 5. Para ello se podrían realizar experimentos en el banco de ensayos del laboratorio. Por ejemplo, se podría medir los tiempos de descarga de la batería con un único motor, comparando el tiempo de descarga cuando la hélice está paralela al suelo y cuando está inclinada un cierto ángulo. Habría que ajustar las velocidades en cada situación para que la fuerza en el eje Z, es decir, la fuerza perpendicular al suelo sea la misma. Se puede realizar el ensayo con distintos valores de ángulo y ver cómo afecta el valor del ángulo al tiempo de descarga.

Además, una vez que se tengan los resultados para un único motor, se podría probar con el hexarotor completamente montado. Para ello se podrían realizar experimentos en hover con las hélices coplanarias y las hélices inclinadas, y ver como varía el tiempo de vuelo en cada configuración, pero siempre levantando el mismo peso.

Por último, se propone modificar el controlador para poder realizar vuelo en espacios confinados, es decir, en sitios donde el vuelo tiene dificultad. El final que se persigue con esta última propuesta sería la posibilidad de realizar inspecciones en túneles o depósitos, por ejemplo.

ANEXO I: CARACTERÍSTICAS DE LOS COMPONENTES

En este anexo se añadirán la lista de componentes que se han elegido para montar el hexarotor, así como sus características.

- **Raspberry Pi 3 B**

Algunas características de la Raspberry Pi 3 se pueden ver a continuación.

- Quad Core 1.2GHz Broadcom BCM2837 64bit CPU.
- 1GB RAM.
- BCM43438 wireless LAN y Bluetooth Low Energy (BLE).
- 40-pin GPIO.
- 4 puertos USB.
- Salida HDMI.
- Puerto para conexión de Raspberry Pi Camera.
- Puerto Micro SD para cargar el sistema operativo y para almacenar datos.
- Peso: 60 g.



Figura 7-1. Raspberry Pi 3 B

- **Navio2**

Entre las características más destacadas de la placa Navio2 están:

- Receptor GNSS.
- Dos IMU.
- Una alimentación triplemente redundante.
- Puertos de extensión: ADC, UART y I2C.
- Sensor barométrico con una resolución de 10 cm.
- Peso: 25 g.

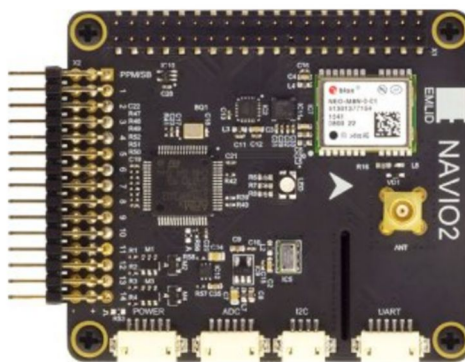


Figura 7-2. Placa Navio2.

- **Sensor láser RPLIDAR A2 360°**

Sus características principales son:

- Rango de distancia: 0.15-12 m.
- Ángulo de resolución: 0.45-1.35°.
- Frecuencia de escaneo: 5-15 Hz.
- Peso: 340 g.



Figura 7-3. Sensor láser RPLIDAR A2 360°.

- **Sensor láser LightWare SF11/C**

Sus características principales son:

- Rango de distancia: 0-120 m.
- Incluye salidas digitales (serial y I2C) y analógica (12 bits).
- Frecuencia de funcionamiento: 20 lecturas por segundo.
- Peso: 35 g.



Figura 7-4. Sensor láser LightWare SF11/C.

• Intel NUC 6i7KYK

Las características son las siguientes:

Procesador	El procesador i7-6770HQ de la 6ª generación de procesadores Intel® Core™ con gráficos Intel® Iris™ Pro (turbo de 2,6 hasta 3,5 GHz, cuatro núcleos, 6 MB de caché, 45 W de TDP)
Memoria	SODIMMs DDR4-2133+ de doble canal 1,2/1,35 V, 32 GB como máximo
Gráficos	Gráficos Intel® Iris™ Pro 580 1x HDMI* 2.0 (4K a 60 Hz) 1x Mini DisplayPort* 1.2 (4K a 60 Hz) 1x DisplayPort* 1.2 mediante tipo C
Sonido	Hasta 7.1 de sonido digital multicanal vía HDMI o señales de DisplayPort Conector de auriculares frontal de 3,5 mm, conector combinado de altavoces traseros/TOSLINK de 3,5 mm
Conectividad de periféricos	Thunderbolt™ 3 (40 Gbps) o USB 3.1 Gen2 (10 Gbps) vía conector USB tipo C 2x USB 3.0 frontales (uno para carga) 2x USB 3.0 traseros, 2x USB 3.0 internos y 2x USB 2.0 internos vía colector Puerto de infrarrojos en el panel frontal
Almacenamiento	2 ranuras M.2 22x42/80 (clave M) para SATA3 o PCIe* X4 Gen3 NVMe o AHCI SSD Ranura SDXC con soporte para UHS-I
Redes	Ethernet Intel® I219-LM 10/100/1000 Mbps Intel® Dual Band Wireless-AC 8260 soldada, (IEEE 802.11ac 2x2, Bluetooth* 4.2, antenas internas, Intel® Wireless Display 6.0)



Figura 7-5. Intel NUC 6i7KYK.

• T-motor Navigator MN4014 400KV.

Las especificaciones del motor son las siguientes:

- 400 KV.

- Peso: 150g.
- Número de celdas recomendado: 4-8S.
- Máxima corriente: 30A.
- Máxima potencia: 900 W.
- Máxima eficiencia: 81%.
- Resistencia interna: 67 mΩ.

La tabla de características del motor se puede ver a continuación.

Item No.	Voltage (V)	Prop	Throttle	Current (A)	Power (W)	Thrust (G)	RPM	Efficiency (G/W)	Operating Temperature (°C)
MN4014 KV400	22.2	T-MOTOR 15*5CF	50%	5.7	126.54	1250	4500	9.88	46
			65%	9.1	202.02	1630	5200	8.07	
			75%	12	266.40	1950	5800	7.32	
			85%	15.8	350.76	2370	6400	6.76	
			100%	18.7	415.14	2620	6700	6.31	
		T-MOTOR 16*5.4CF	50%	6.4	142.08	1410	4200	9.92	53
			65%	11	244.20	1920	5000	7.86	
			75%	14.6	324.12	2380	5500	7.34	
			85%	19.1	424.02	2790	6100	6.58	
			100%	22.5	499.50	3020	6300	6.05	
		T-MOTOR 17*5.8CF	50%	7.6	168.72	1530	4000	9.07	67
			65%	12.8	284.16	2180	4800	7.67	
			75%	16.7	370.74	2550	5250	6.88	
			85%	2.17	48.17	3110	5700	64.56	
			100%	25.7	570.54	3360	6000	5.89	

Notes: The test condition of temperature is motor surface temperature in 100% throttle while the motor run 10min.



Figura 7-6. Motor T-motor MN4014 400KV.

• Hélices T-motor 16x5.4 V2.

Las características de estas hélices se pueden ver a continuación.

- Diseño de panel sándwich carbono.
- Altamente eficientes.
- Alta capacidad de carga.
- Mayor tiempo de vuelo.
- Baja inercia.
- Vuelos altamente seguros.



Figura 7-7. Hélices T-motor 16x5.4 V2.

• Variador T-motor AIR 40A

Las características de este variador son las siguientes:

Model	Con. Current	Peak Current (10s)	BEC	LiPo	Programmable Item	Weight	Size (L*W*H)
AIR 40A	40A	60A	No	2-6S	Timing (High/Intermediate)	26g	68*25*8.7



Figura 7-8. Variador T-motor AIR 40A.

• Batería Gens ACE Tattu 6s 8000mAh 25C.

Las características de la batería son las siguientes:

- Capacidad: 8000 mAh.
- Voltaje: 22.2 V.
- Descarga máxima continua: 25C (200A)
- Descarga máxima: 50C (400A)
- Peso: 1149 g.
- Conector balanceado: JST-XH.
- Carga: 1-3C recomendado, 5C máxima.



Figura 7-9. Bateria Gens ACE Tattu 6s 8000mAh 25C.

- **Frame Tarot X6 Plegable.**

Las características del frame son las siguientes:

- Estructura plegable hacia abajo.
- Tren de aterrizaje retráctil electrónico.
- Distancia entre ejes: 960 mm.
- Brazos de 25mm de carbono.
- Tamaño máximo de hélices: 18".
- Longitud de brazos: 392mm.
- Máximo peso al despegue: 9kg.
- Peso: 2000g.



Figura 7-10. Frame Tarot X6 Plegable.

- **Placa amortiguadora APM CC3D Multiwii.**

Las características de la placa amortiguadora son las siguientes:

- Material: Nylon alta calidad.
- Peso: 19 g.
- Altura 16mm.



Figura 7-11. Placa amortiguadora APM CC3D Multiwii.

- **Receptor R7008SB Sbus-FASSTest.**

Las características del receptor son las siguientes:

- Frecuencia de recepción: sistema FASSTest 2.4 GHz.
- Sistema doble antena diversity.
- Número de canales: 8 tradicionales y hasta 16 por S.BUS.
- Alimentación: 3.7 - 7.4 V.
- Consumo: 75mA.



Figura 7-12. Receptor R7008SB Sbus-FASSTest.

- **Emisora 14SG 2.4Ghz 14 canales FASSTesT.**

Las características de la emisora son las siguientes:

- Funciones: 14 canales.
- Espacio de canales: 2048 kHz.
- Potencia de emisión: 90mW.
- Sistema de emisión: FassTest.
- Alimentación: Batería NiMH 7.2V.



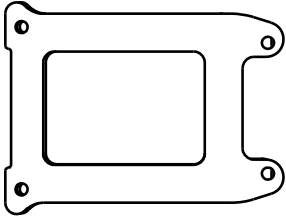
Figura 7-13. Emisora 14SG 2.4Ghz 14 canales FASSTesT.

ANEXO II: VISTAS DE LAS PIEZAS

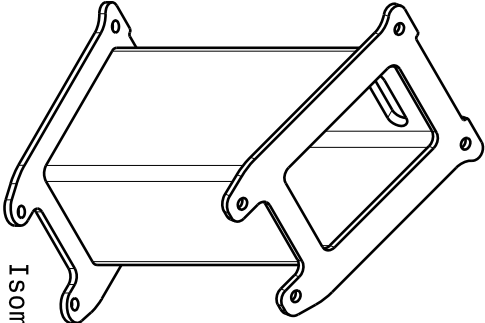
En este anexo añadirán las diferentes vistas de las piezas para inclinar los motores, realizadas en CATIA V5.

Estas piezas son las siguientes:

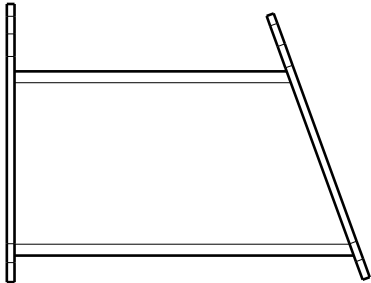
- Pieza para inclinar rotor hacia dentro, sin refuerzos.
- Pieza para inclinar rotor hacia fuera, sin refuerzos.
- Pieza para inclinar rotor hacia dentro, con refuerzos.
- Pieza para inclinar rotor hacia fuera, con refuerzos.



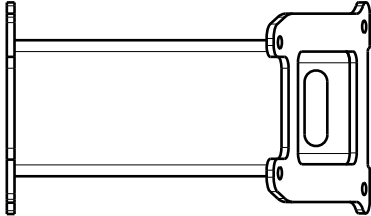
Bottom view



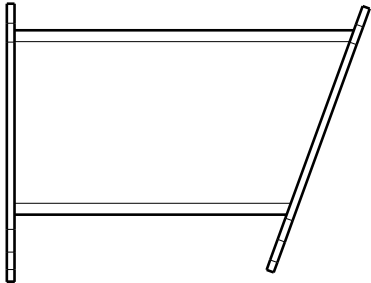
Isometric view



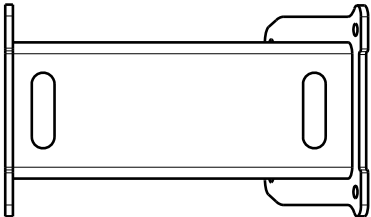
Right view



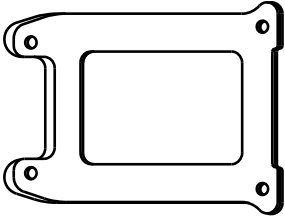
Front view



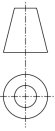
Left view

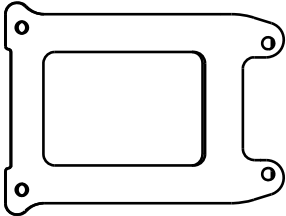


Front view

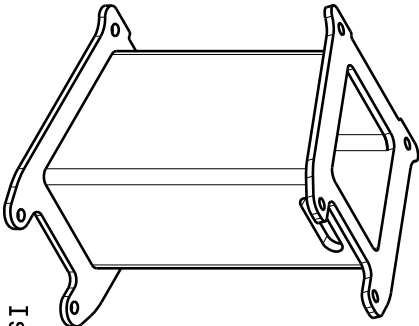


Top view

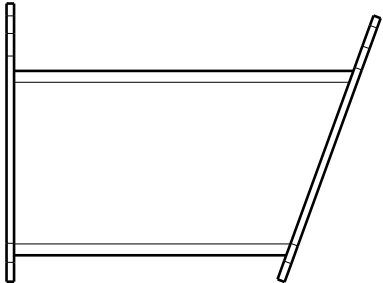
Fecha:	22/06/18	Título:		Pieza inclinada hacia dentro sin refuerzos	
Grado:	G.I.T.I.	Autor:		Antonio González Morgado	
Escala:	1:2	Nota:		Pieza para el frame Tarot X6	
Sistema:		Página:		1/1	



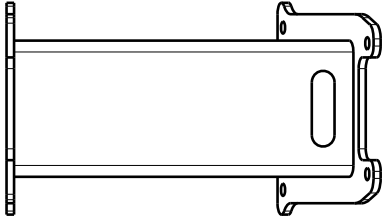
Bottom view



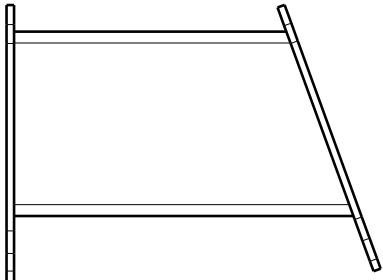
Isometric view



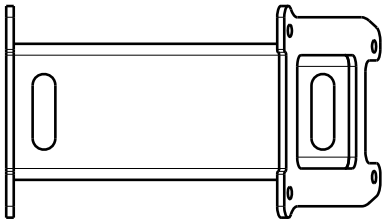
Right view



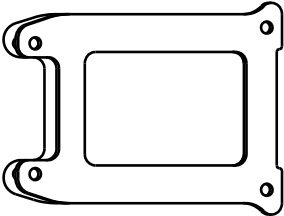
Front view



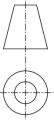
Left view

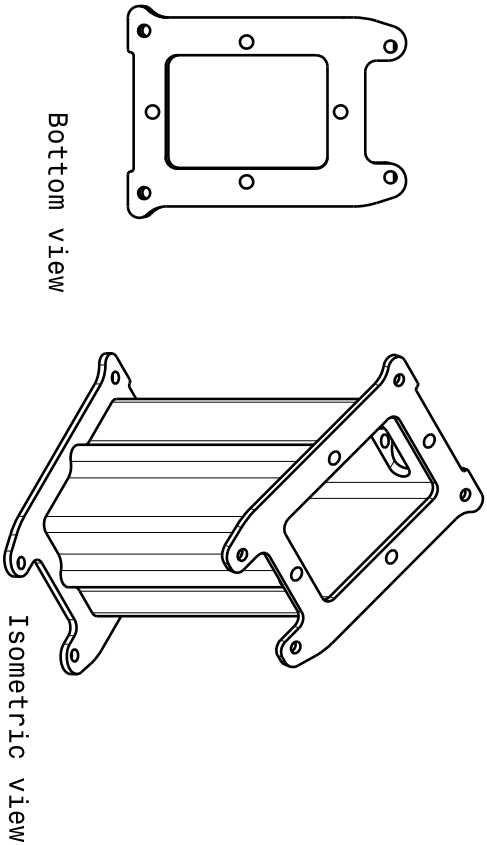


Front view



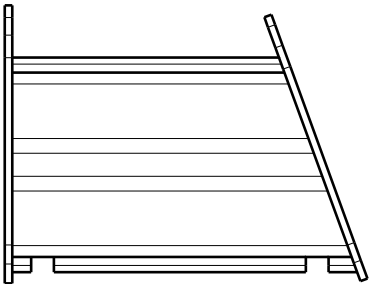
Top view

Fecha:	22/06/18	Título:		Pieza inclinada hacia fuera sin refuerzos	
Grado:	G.I.T.I.	Autor:		Antonio González Morgado	
Escala:	1:2	Nota:		Pieza para el frame Tarot X6	
Sistema:		Página:		1/1	

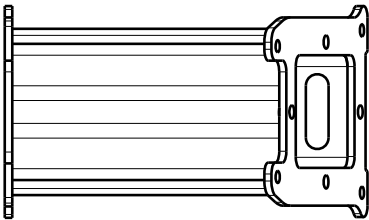


Bottom view

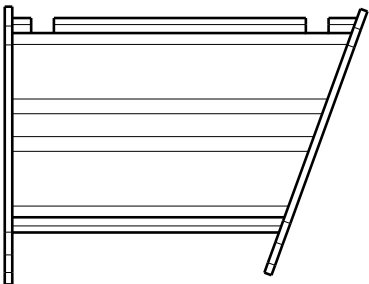
Isometric view



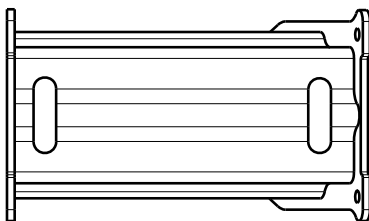
Right view



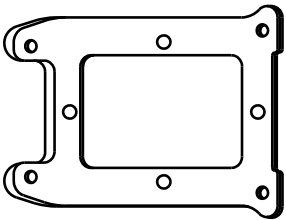
Front view



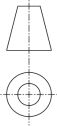
Left view

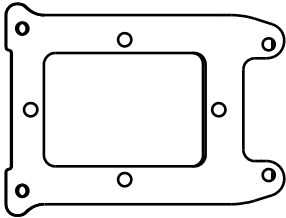


Rear view

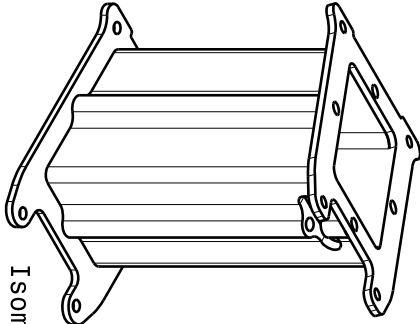


Top view

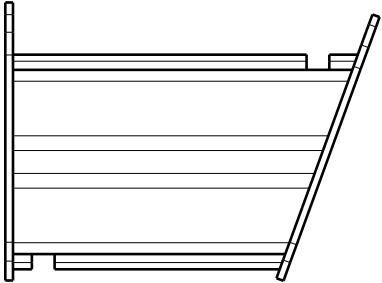
Fecha:	22/06/18	Título:		Pieza inclinada hacia dentro con refuerzos
Grado:	G.I.T.I.	Autor:		Antonio González Morgado
Escala:	1:2	Nota:		Pieza para el frame Tarot X6
Sistema:		Página:		1 / 1



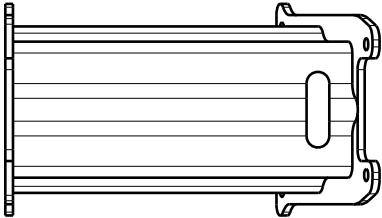
Bottom view



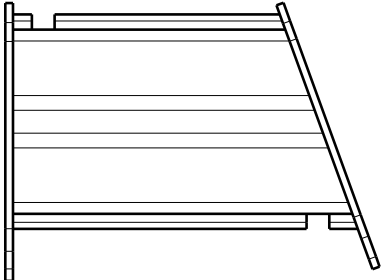
Isometric view



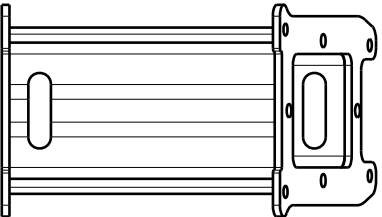
Right view



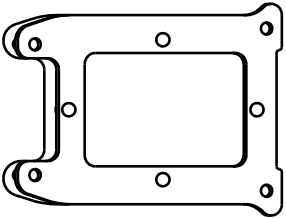
Front view



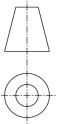
Left view



Rear view



Top view

Fecha:	22/06/18	Titulo:	
Grado:	G.I.T.L.	Pieza inclinada hacia fuera con refuerzos	
Escala:	1:2	Autor: Antonio González Morgado	
Sistema:		Nota:	Página:
		Pieza para el frame Tarot X6	1/1

REFERENCIAS

- [1] P. Sanchez Cuevas, “Estudio de efectos aerodinámicos sobre multicópteros,” Trabajo Fin de Grado-Grado Ingeniería Aeroespacial, 2014.
- [2] P. Sanchez Cuevas, G. Heredia, and A. Ollero, “Characterization of the aerodynamic ground effect and its influence in multirotor control,” *Int. J. Aerosp. Eng.*, vol. 2017, pp. 1–24, 2017.
- [3] S. Salazar, H. Romero, R. Lozano, and P. Castillo, “Modeling and real-time stabilization of an aircraft having eight rotors,” *J. Intell. Robot. Syst. Theory Appl.*, vol. 54, no. 1–3 SPEC. ISS., pp. 455–470, 2009.
- [4] M. Ryll, H. H. Bulthoff, and P. R. Giordano, “First flight tests for a quadrotor UAV with tilting propellers,” *Proc. - IEEE Int. Conf. Robot. Autom.*, pp. 295–302, 2013.
- [5] M. Ryll, D. Bicego, and A. Franchi, “Modeling and Control of FAST-Hex : a Fully – Actuated by Synchronized – Tilting Hexarotor,” *IEEE/RSJ Int. Conf. Intell. Robot. Syst.*, no. 644271, pp. 1689–1694, 2016.
- [6] S. Rajappa, M. Ryll, H. H. Bulthoff, and A. Franchi, “Modeling, control and design optimization for a fully-actuated hexarotor aerial vehicle with tilted propellers,” *Proc. - IEEE Int. Conf. Robot. Autom.*, vol. 2015–June, no. June, pp. 4006–4013, 2015.
- [7] A. Franchi, R. Carli, D. Bicego, and M. Ryll, “Full-Pose Tracking Control for Aerial Robotic Systems with Laterally Bounded Input Force,” *IEEE Trans. Robot.*, vol. 34, no. 2, pp. 534–541, 2018.
- [8] AEROARMS Project, <https://aeroarms-project.eu/>.
- [9] A. Alaimo, V. Artale, C. Milazzo, A. Ricciardello, and L. Trefiletti, “Mathematical modeling and control of a hexacopter,” *Unmanned Aircr. Syst. (ICUAS), 2013 Int. Conf.*, pp. 1043–1050, 2013.
- [10] I. C. Cheeseman, PH.D., and W. E. Bennett, “The Effect of the Helicopter Rotor By Ground on a Forward Flight”.
- [11] Universidad de Sevilla, “Apuntes de la asignatura de helicópteros.”
- [12] G. V. Raffo, “Modelado y control de un helicóptero quadrotor” Proyecto Fin de Carrera, 2007.
- [13] G. Heredia, “Multirotors” Apuntes de la asignatura de vehículos aéreos no tripulados, 2016.
- [14] R. Voyles and G. Jiang, “Hexrotor UAV platform enabling dextrous interaction with structures - Preliminary work,” 2012.
- [15] G. J. J. Ducard and M.-D. Hua, “Discussion and Practical Aspects on Control Allocation for a Multi-Rotor Helicopter,” *ISPRS - Int. Arch. Photogramm. Remote Sens. Spat. Inf. Sci.*, vol. XXXVIII-1/, no. September, pp. 95–100, 2012.
- [16] A. E. Jiménez Cano, “Control de quadrotor con brazo manipulador” Proyecto Fin de Carrera, 2012.
- [17] Peter Corke, “Robotics, Vision and Control: Fundamental Algorithms in MATLAB”

